

TESI DE MÁSTER

Máster

INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y DE LA CONSTRUCCIÓN

Título

**EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LA LONGITUD DE ROTACIÓN
PLÁSTICA EN VIGAS DE HORMIGÓN PARCIALMENTE
PRETENSADAS**

Autor

CRISTIAN VELÁSQUEZ LONDOÑO

Tutor

JESÚS BAIRAN GARCÍA, NOEMI DUARTE GOMEZ

Intensificación

TECNOLOGÍA DE ESTRUCTURAS

Fecha

OCTUBRE 2017



RESUMEN

Con la necesidad que existe en la actualidad de explorar nuevos métodos y técnicas para aprovechar al máximo las propiedades de los materiales y la tipología estructural; surgen ideas relacionadas a la optimización, facilidad constructiva y reducción de costos en cuanto a la planificación y diseño de estructuras. Una concepción clara de estas nuevas implementaciones es la técnica del hormigón parcialmente pretensado (HPP); a diferencia del hormigón pretensado (HP) que permite fisuración controlada en situaciones de servicio, El HPP permite ajustar el comportamiento en servicio a la vez que, como es más dúctil que el pretensado total, permite mayores grados de redistribución y puede resistir la misma solicitación con menores cuantías de armadura.

Por lo tanto, el HPP se plantea como una solución al control adecuado de la fisuración y a su vez a las prestaciones de servicio; teniendo en cuenta que se pretende aprovechar al máximo el comportamiento no lineal de la estructura en situación de servicio y en rotura, por medio de la ductilidad y capacidad de redistribución de esfuerzos.

Una vez localizados los puntos en la estructura donde el momento alcanza el momento de plastificación, definiéndolos así como rótulas plásticas, se establecen las propiedades como el giro y curvatura plástica a además del momento plástico, podremos determinar la longitud de rótula plástica. Por lo que la correcta evaluación de la capacidad plástica de la estructura depende de la longitud plástica.

Algunos autores han desarrollado fórmulas en base a sus estudios para determinar la longitud de la rótula plástica, pero todas estas ecuaciones están destinadas al hormigón armado. Sin embargo, existe una formulación desarrollada analíticamente para elementos de hormigón parcialmente pretensados. Por lo que esta tesina busca estudiar la varianza que tiene dicha ecuación y su efectividad.

Palabras claves: Hormigón parcialmente pretensado, longitud plástica, rótula plástica, capacidad de giro.

ABSTRACT

With the current need to explore new methods and techniques to maximize the properties of materials and structural typology; Ideas related to optimization, constructive ease and cost reduction in the planning and design of structures arise. A clear conception of these new implementations is the technique of partially prestressed concrete (HPP); unlike prestressed concrete (HP) that allows controlled cracking in service situations. HPP allows to adjust the behavior in service while, as it is more ductile than the total prestressing, allows higher degrees of redistribution and can withstand the same stress with lower amounts of reinforcement.

Therefore, HPP can be a solution to the adequate control of the cracking and in turn to the service provision. Considering that it is intended to take maximum advantage of the non-linear behavior of the structure in service situation and at break, through the ductility and redistribution of stress.

Once the points are located in the structure where the moment reaches the moment of plastification, defining them as well as plastic hinges, establish the properties such as the rotation and plastic curvature in addition to the plastic moment, we can determine the length of plastic hinge. Therefore, the correct evaluation of the plastic capacity of the structure depends on the plastic length.

Some authors have developed formulas based on their studies to determine the length of the plastic hinge, but all these equations are intended for reinforced concrete. However, there is an analytically developed formulation for partially prestressed concrete elements. Therefore, this thesis seeks to study the variance of this equation and its effectiveness.

Key words: Partially prestressed concrete, plastic length, plastic hinge, Redistribution of stress, rotation capacity.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	III
ABSTRACT	IV
ÍNDICE GENERAL	V
ÍNDICE DE TABLAS.....	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	VIII
CAPÍTULO 1 - INTRODUCCIÓN.....	11
1.1. MOTIVACIÓN.....	11
1.2. Objetivos	12
1.2.1. Objetivo general	12
1.2.2. Objetivos específicos	12
1.3. Marco de la investigación	13
CAPÍTULO 2 - ESTADO DEL ARTE	14
2.1. conceptos generales de Análisis estructural	14
2.1.1. Comportamiento lineal	14
2.1.2. Comportamiento no lineal	15
2.1.3. Redistribución de esfuerzos	16
2.1.4. Ductilidad del hormigón.....	19
2.1.5. Influencia del esfuerzo cortante	20
2.1.6. Rotación y longitud plástica	21
2.2. Longitud plástica en hormigón armado	22
2.2.1. Origen de la fórmula de Paulay & Priestley (1992)	24
2.3. Hormigón parcialmente pretensado	26
2.3.1. Inicios del hormigón parcialmente pretensado	26
2.3.2. Hormigón parcialmente pretensado en la actualidad	27
2.3.3. Longitud plástica en hormigones pretensados	29
2.4. Análisis del estado del arte	30
CAPÍTULO 3 - ANÁLISIS MECÁNICO DE LA LONGITUD PLÁSTICA	32
3.1. Partes de una longitud plástica	32
3.2. importancia del cortante en la fórmula.....	36
3.3. Derivación de la ecuación propuesta	37

CAPÍTULO 4 - CAMPAÑA EXPERIMENTAL	41
4.1. objetivo de la campaña experimental	41
4.2. propiedades de las vigas.....	41
4.2.1. Caracterización de los materiales	41
4.2.2. Geometría de vigas	46
4.2.3. Parámetros de vigas	47
4.2.4. Instrumentación.....	50
4.3. Preparación del ensayo.....	53
4.4. Ensayos	56
CAPÍTULO 5 - ANÁLISIS DE RESULTADOS	59
5.1. Datos obtenidos	59
5.2. Análisis de resultados	68
CAPÍTULO 6 - CONCLUSIONES.....	81
LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.....	85
REFERENCIAS	86
ANEJOS.....	88

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Expresiones empíricas para la longitud plástica.....	22
Tabla 4-1. Especificaciones de materiales	42
Tabla 4-2. Resistencia a compresión en probetas de control	42
Tabla 4-3. Resistencia a tracción en probetas de control	43
Tabla 4-4. Módulo de Young en probetas de control	45
Tabla 4-5. Resistencia a tracción en barras de acero	46
Tabla 4-6. Resumen de especificaciones de las vigas	50
Tabla 5-1. Rotaciones obtenidas en las vigas	65
Tabla 5-2. Ángulo en las fisuras de las vigas	72
Tabla 5-3. Longitudes plásticas para (L_{P1}).....	75
Tabla 5-4. Longitudes plásticas (L_{P2}).....	77
Tabla 5-5. Longitudes plásticas totales	80

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Viga biempotrada de hormigón armado bajo carga uniforme (Marí Bernat 2006).	17
Figura 2-2. Diagrama momento-curvatura (Marí Bernat 2006).....	17
Figura 2-3. Evolución de momentos flectores bajo carga creciente (Marí Bernat 2006).	18
Figura 2-4. Ley de momentos flectores en una columna con base empotrada y extremo superior libre.....	24
Figura 2-5. Distribución de tensión de adherencia en el anclaje de las barras.....	25
Figura 2-6. Diagrama momento-curvatura en hormigón armado, hormigón parcialmente pretensado y hormigón pretensado total (Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014).	29
Figura 3-1. Curva real e idealizada momento-curvatura en las secciones agrietadas (R. park y T. paulay 1978).	34
Figura 3-2. Distribución de curvatura a lo largo de una viga bajo momento último. (a) Viga. (b) Diagrama de momento Flexionante. (c) Diagrama de curvatura. (R. park y T. paulay 1978).....	35
Figura 3-3. Decalaje de la ley de momentos flectores (EHE-08)	36
Figura 3-4. Hoja de Excel del simulador de ensayos a flexión	38
Figura 4-1. Ensayo a compresión de probetas cilíndricas	43
Figura 4-2. Ensayo a tracción indirecta de probetas cilíndricas.....	44
Figura 4-3. Ensayo de módulo de Young de probetas cilíndricas.....	45
Figura 4-4. Dimensiones longitudinales de las vigas.....	46
Figura 4-5. Dimensiones transversales de las vigas	47
Figura 4-6. Primera configuración de trazado del cable	47
Figura 4-7. Segunda configuración de trazado del cable	48
Figura 4-8. Tercera configuración de trazado del cable	48
Figura 4-9. Primera configuración de armadura longitudinal	49
Figura 4-10. Segunda configuración de armadura longitudinal	49
Figura 4-11. Configuración de armadura transversal	49
Figura 4-12. Instrumentación interna de las vigas	50

Figura 4-13. Disposición de galgas en las vigas.....	51
Figura 4-14. Separación entre galgas	51
Figura 4-15. Temposonics para el monitoreo de deformación vertical de la viga	52
Figura 4-16. Inclínómetro para medir la rotación de la viga	52
Figura 4-17. Células de carga ubicada en los apoyos	53
Figura 4-18. Colocación de la viga en los apoyos	54
Figura 4-19. Conexión de las galgas extensiométricas	54
Figura 4-20. MGCplus HBM, para la captación de los datos de toda la instrumentación	55
Figura 4-21. Tesado longitudinal de vigas	55
Figura 4-22 Tesado vertical de vigas.....	56
Figura 4-23 Ciclo de cargas para los ensayos de las vigas.....	57
Figura 4-24. Ensayo con dos puntos de carga	58
Figura 4-25. Ensayo con un punto de carga.....	58
Figura 5-1. Deformación de las galgas en negativos para la viga 1	59
Figura 5-2. Deformación de las galgas en positivos para la viga 1.....	60
Figura 5-3. Deformación de las galgas en negativos para la viga 2	60
Figura 5-4. Deformación de las galgas en positivos para la viga 2.....	61
Figura 5-5. Deformación de las galgas en negativos para la viga 3	61
Figura 5-6. Deformación de las galgas en positivos para la viga 3.....	62
Figura 5-7. Deformación de las galgas en negativos para la viga 4	62
Figura 5-8. Deformación de las galgas en positivos para la viga 4.....	63
Figura 5-9. Deformación de las galgas en negativos para la viga 5	63
Figura 5-10. Deformación de las galgas en positivos para la viga 5.....	64
Figura 5-11. Curva de rotación para la viga 1	66
Figura 5-12. Curva de rotación para la viga 2.....	66
Figura 5-13. Curva de rotación para la viga 3.....	67
Figura 5-14. Curva de rotación para la viga 4.....	67
Figura 5-15. Curva de rotación para la viga 5.....	68
Figura 5-16. Esquema de longitud plástica para las vigas ensayadas	68
Figura 5-17. Longitud plástica para la viga 1	69
Figura 5-18. Longitud plástica para la viga 2	70

Figura 5-19. Longitud plàstica para la viga 3	70
Figura 5-20. Longitud plàstica para la viga 4	71
Figura 5-21. Longitud plàstica para la viga 5	71
Figura 5-22. Àngulo de fisuració en la viga 1	73
Figura 5-23. Àngulo de fisuració en la viga 2	73
Figura 5-24. Àngulo de fisuració en la viga 3	74
Figura 5-25. Àngulo de fisuració en la viga 4	74
Figura 5-26. Àngulo de fisuració en la viga 5	75
Figura 5-27. Comparativa de La longitud plàstica L_{P1}	76
Figura 5-28. Comparativa de La longitud plàstica L_{P2}	78
Figura 5-29. Comparació de ecuaciones para la longitud plàstica	79
Figura 5-30. Comparació de la longitud plàstica total	80

CAPÍTULO 1 - INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

En el campo de la construcción la mejor alternativa es la que sea factible económicamente y a su vez presente todas las características adecuadas en las estructuras para su funcionamiento; tales como: resistencia, durabilidad, seguridad, entre otros. Las normas existentes, están basadas en prestaciones, las cuales definen exigencias estructurales mínimas a satisfacer y esto da como resultado libertad al proyectista la verificación de su diseño. Por lo tanto, existe un amplio rango de posibilidades para diseñar utilizando técnicas que optimicen el uso de las estructuras por medio del aprovechamiento de las propiedades que los materiales presentan y tipología estructural.

El pretensado parcial es considerado una forma competitiva a la hora del diseño de estructuras con respecto al hormigón armado o pretensado total; ya que influye de manera positiva en todos los aspectos que predominan en el campo de la construcción. Sin embargo, el hecho que su comportamiento sea no lineal hace que su análisis y cálculo sea más complejo que utilizando casos alternativos y esto con lleva a que quizás de alguna u otra forma se prefiera optar por otro tipo de soluciones.

Por otro lado, el progreso en el estado del conocimiento de este tema posibilita el crecimiento del diseño prestacional del hormigón parcialmente pretensado, promoviendo una construcción más sostenible y competitiva. De esta forma, se permite al proyectista concebir estructuras fuera de los criterios de diseño totalmente elásticos garantizando la seguridad y la funcionalidad.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo general

El propósito primordial de esta tesina consiste en estudiar el comportamiento de estructuras parcialmente pretensadas en régimen plástico, centrándose en el concepto de longitud plástica. En concreto se pretende cuantificar la longitud plástica de secciones parcialmente pretensadas, analizando rótulas plásticas en vigas continuas y validar la formulación analítica propuesta por (Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014).

Para ello, se estudiarán diversas vigas parcialmente pretensadas sometidas a distintos niveles de carga, cuantías de armadura longitudinal, armadura transversal y nivel de pretensado. Con ello se pretende analizar parámetros como la importancia del cortante en las rótulas plásticas de secciones de negativos, secciones de apoyo de vigas continuas y de secciones de centro de vano.

1.2.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos que abarca la tesina son:

- Realización de la campaña experimental, la cual consistirá en someter a ensayos un determinado número de vigas hiperestáticas.
- Determinar los parámetros de nuestra importancia como momentos plásticos, curvaturas y giros, además del cálculo de la longitud plástica.
- Análisis de la variabilidad de la longitud plástica experimental obtenida entre los ensayos de las vigas.
- Comparación de la fórmula analítica de longitud plástica ya antes desarrollada, con los resultados obtenidos en la campaña.
- Definir en la medida que sea posible los factores de seguridad para la implementación de la formula analítica en las normas.

1.3. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se enmarca dentro del proyecto PROPOSE -PROYECTO BASADO EN PRESTACIONES DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN PARCIALMENTE PRETENSADAS. PROPUESTA DE NUEVA METODOLOGÍA, VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL Y CRITERIOS DE PROYECTO- cuya fecha de inicio es enero del 2013, encontrándose financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (BIA2009-11764).

CAPÍTULO 2 - ESTADO DEL ARTE

2.1. CONCEPTOS GENERALES DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

2.1.1. Comportamiento lineal

Existen modelos matemáticos utilizados para un análisis estructural “elástico-lineal” que consideran el comportamiento de los materiales, la geometría, la manera en que actúan los apoyos y el proceso de construcción; para obtener esfuerzos, reacciones, tensiones, deformaciones y desplazamientos. Este tipo de análisis implica las siguientes hipótesis (Marí Bernat 2006):

- Comportamiento elástico-lineal de los materiales

$$\sigma = E * (\epsilon - \epsilon^0) + \sigma^0 \quad \text{Ec. (2.1)}$$

- Relación lineal entre desplazamientos y deformaciones

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{Ec. (2.2)}$$

- Apoyos con comportamiento lineal

$$R = -K * \delta \quad \text{Ec. (2.3)}$$

- Equilibrio en la configuración no deformada de la estructura.

Para el análisis elástico-lineal, se considera el equilibrio de la estructura sin deformar, en este caso se puede utilizar para el cálculo de solicitaciones la sección bruta del hormigón; es adecuado para los E.L.S. y E.L.U. cuando los efectos de segundo orden sean despreciables.

La utilización del análisis lineal para la obtención de los esfuerzos en E.L.U. implica aceptar que las secciones críticas tienen una cierta ductilidad que permite la distribución supuesta sin que se produzca la rotura local (Edificación 2009).

En la realidad, las estructuras no se comportan exactamente así, por:

- No linealidad mecánica o de los materiales.
- No linealidad geométrica
- A veces los apoyos no responden de igual manera a compresión que a tracción y esto da lugar a problemas de contacto
- Grandes deformaciones y grandes rotaciones.

2.1.2. Comportamiento no lineal

Tiene en cuenta la no linealidad mecánica, esto es, el comportamiento tenso-deformacional no lineal de los materiales y la no linealidad geométrica, es decir, la consideración del equilibrio de la estructura en situación deformada (Edificación 2009).

Fenómenos como fisuración en tracción y curva tensión-deformación no lineal, además de fenómenos reológicos como fluencia, retracción del hormigón y relajación del acero pretensado con el tiempo, interactúan en etapa de servicio y provocan efectos estructurales adicional a las que se pueden provocar en proceso de construcción como las descargas y recargas tensionales, apertura y cierre de fisuras, flechas, entre otros. Todo esto en fases avanzadas de carga, el comportamiento no lineal mecánico afecta a la distribución de esfuerzos (redistribuciones plásticas) y reduce la rigidez estructural. Ello incrementa considerablemente los efectos de segundo orden.

Se desarrollaron diversos métodos de análisis que se ajustan al comportamiento no lineal, tales como: análisis plástico, análisis lineal con redistribución limitada y análisis no lineal.

El análisis plástico admite la formación de rótulas plásticas en vigas o placas y formación de mecanismos de colapso; es preciso conocer el armado para evaluar el momento plástico en las zonas plastificadas y garantizar una ductilidad suficiente en las mismas. Se utiliza fundamentalmente en el cálculo de placas, a través del conocido método de las líneas de rotura.

El análisis lineal con redistribuciones limitadas permite determinar los esfuerzos a partir de los obtenidos en un análisis lineal, y estos se incrementan o se disminuyen de forma que sigan satisfaciendo las condiciones de equilibrio. Este tipo de análisis solamente puede utilizarse en comprobaciones de E.L.U. y siempre que se cumplan las condiciones de ductilidad que garanticen las redistribuciones requeridas.

En cuanto al análisis no lineal, Contempla la posibilidad de que el hormigón se fisure o de que las armaduras se plastifiquen. Este tipo de análisis requiere del conocimiento previo de las cuantías de armadura de la pieza y, por tanto, sólo se suele utilizar para efectuar las comprobaciones posteriores al dimensionamiento, aunque también puede realizarse el cálculo a través de un proceso de prueba y error, hasta lograr una disposición de armaduras coherente con los esfuerzos actuantes (Marí Bernat 2006).

2.1.3. Redistribución de esfuerzos

En estructuras hiperestáticas, la distribución de esfuerzos depende de la variación longitudinal de la rigidez y a su vez del estado tenso-deformacional de los materiales. Cuando en la sección más solicitada de una estructura llega a su plastificación por medio de la armadura principal de flexión, su rigidez disminuye convirtiéndose en una rótula plástica; a partir de ese momento, la distribución de esfuerzos bajo un aumento de carga se comporta de forma inelástica (rango no lineal), la zona plastificada al no poder absorber más momento, lo traspasa a otras secciones contiguas menos solicitadas hasta que se generan otras rotulas plásticas y en el caso más desfavorable, si hay suficiente ductilidad, un mecanismo de colapso.

Una redistribución es completa si se forma un mecanismo plástico, el cual tienen un número de rotulas plásticas superior al grado de indeterminación estática. La carga última plástica sólo se puede obtener si existe suficiente capacidad de giro en las regiones donde se desarrolla las rótulas plásticas. Si la sección de la rótula plástica no tiene suficiente capacidad de giro, el elemento fallará con una carga última inferior a la carga última plástica. En este caso la redistribución de momentos sería parcial.

Explicando de manera más clara este fenómeno, en la Figura 2-1 se observa una viga biempotrada de longitud L , sometida a una carga uniformemente distribuida, monótonamente creciente hasta rotura. Armada de modo que el momento positivo máximo sea igual a los momentos negativos máximos que se pueden absorber.

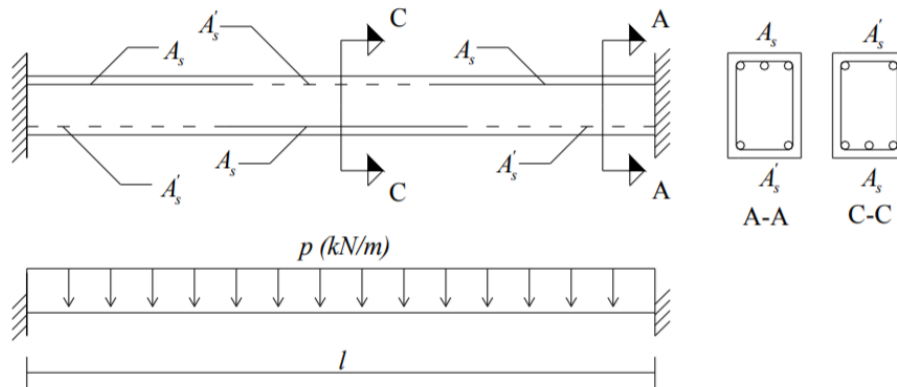


Figura 2-1. Viga biempotrada de hormigón armado bajo carga uniforme (Marí Bernat 2006).

Entonces, el diagrama momento-curvatura de la sección transversal más solicitada se presenta en la Figura 2-2.

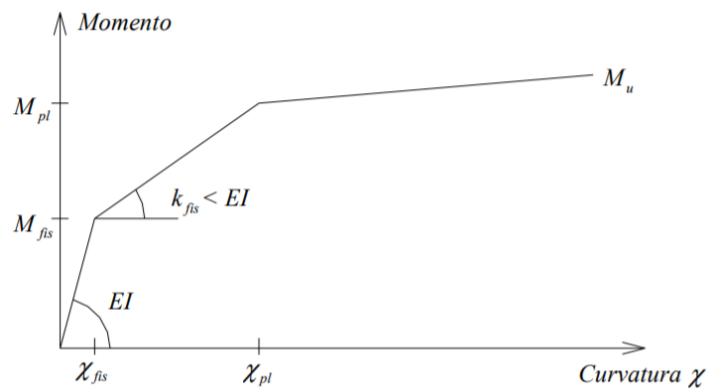


Figura 2-2. Diagrama momento-curvatura (Marí Bernat 2006)

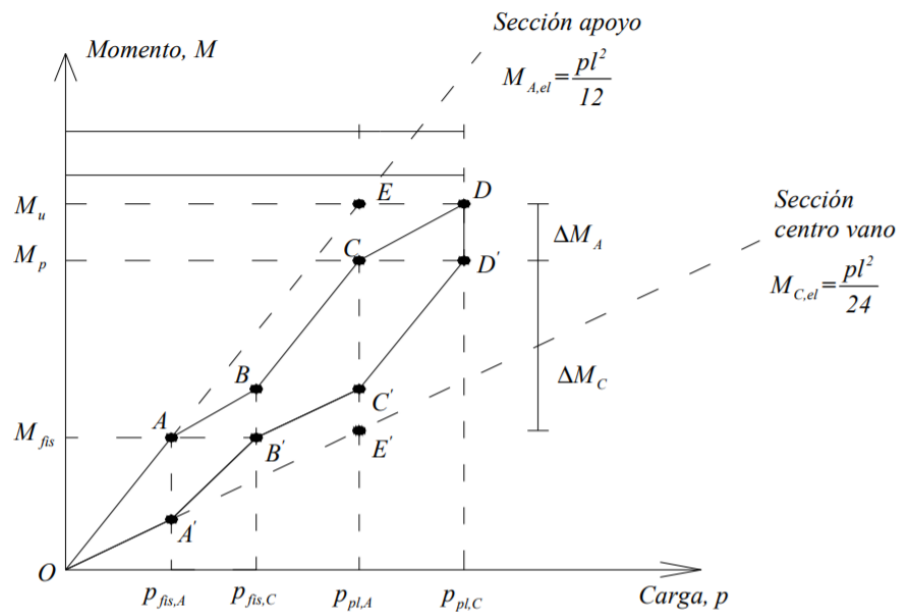


Figura 2-3. Evolución de momentos flectores bajo carga creciente (Marí Bernat 2006).

La Figura 2-3 indica que bajo niveles reducidos de carga, la distribución de los momentos coincide aproximadamente con la calculada mediante un análisis elástico-lineal (tramos OA y OA'). Cuando la sección de apoyo, que es la más solicitada, alcanza el momento de fisuración, (punto A), pierde rigidez, y a partir de ese instante la relación carga-momento reduce su pendiente, a la vez que aumenta la del centro de vano, que recibe más carga para satisfacer el equilibrio (tramos AB y A'B'). Esto continúa hasta que la sección de centro de vano se fisura también (punto B'). Para hacer frente a los nuevos incrementos de carga, la distribución de momentos vuelve a parecerse a la elástica-lineal (tramos BC y B'C'). En el punto C la sección de apoyo plastifica (formación de rótula), su rigidez cae enormemente y apenas recibe momento flector, que es absorbido principalmente por la sección de centro de vano (tramos CD y C'D'). En D la sección de apoyo se agota, pues alcanza su momento último y, por tanto, la estructura al no poder resistir más carga, se considera que ha alcanzado su capacidad límite (Marí Bernat 2006).

2.1.4. Ductilidad del hormigón

Es importante asegurar en un caso extremo, que cuando una estructura falle, se comporte de forma dúctil, es decir, que la estructura no falle de forma frágil sin advertencia, sino que sea capaz de sufrir grandes deformaciones bajo cargas cercanas a la máxima permitida. Estas grandes deflexiones dan amplia advertencia de falla, además se mantiene la transmisión de carga y así se impide el desplome total y por ende, salvar vidas. En el caso de sismos, se confía en la disponibilidad de suficiente ductilidad para absorber y disipar energía mediante deformaciones inelásticas cuando esta esté sujeta a cargas cíclicas.

Todo esto se asegura mediante un buen diseño de cuantía de refuerzo longitudinal, anclaje de refuerzo y confinamiento del hormigón (R. Park y T. Paulay 1978).

La fórmula general para el factor de ductilidad es la siguiente:

$$\mu_{\delta} = \frac{\Delta u}{\Delta \gamma} \quad \text{Ec. (2.4)}$$

Donde, Δu es el desplazamiento último y $\Delta \gamma$ desplazamiento de plastificación. Cabe destacar, que los desplazamientos pueden sustituirse por alguna otra cantidad de deformación tales como: curvaturas, rotaciones.

2.1.5. Influencia del esfuerzo cortante

La capacidad de giro de la rótula sobre apoyo es diferente si tenemos en cuenta la influencia del esfuerzo cortante. La fisuración reestructura el mecanismo de trabajo interno con la formación de una serie de bielas de hormigón, las cuales están cosidas con la armadura transversal y la longitudinal y empotradas en la parte de hormigón no fisurado. Esta estructura interna que se forma es hiperestática y es la que al deformarse desarrollara la energía suficiente para resistir. La viga se convierte en mecanismo.

El tener en cuenta el efecto del esfuerzo cortante, conlleva a que si bien el mecanismo de redistribución sigue siendo una rótula, sobre la capacidad de giro de esta influye, además de la cuantía de armadura longitudinal, el esfuerzo cortante y la cuantía de armadura transversal.

Se puede decir que sobre la distribución de momentos flectores obtenida por la teoría elástica inciden las siguientes redistribuciones:

- Una pequeña redistribución de esfuerzo debido al cambio de rigideces de las secciones de la pieza cuando aparece y se desarrolla la fisuración.
- Una segunda y gran redistribución de esfuerzos cuando sobre alguna de las secciones se alcanza la plasticidad de la armadura.

La capacidad de giro de esta sección depende, además de su ley de momentos rotacionales, del esfuerzo cortante y de la cantidad de armadura transversal que controla la abertura de las fisuras inclinadas (Manterola 1967).

2.1.6. Rotación y longitud plástica

Una rótula plástica es un concepto teórico que idealiza el comportamiento de una sección de hormigón en la que la armadura de tracción ha alcanzado la plastificación y puede girar bajo incrementos de carga sin apenas aumentar el momento. La rótula plástica, situada en la sección de momento máximo, suele tener una longitud finita, L_p , y depende entre otros factores de:

- La forma de la ley de los momentos flectores. Las rótulas plásticas abarcan una longitud mayor si disminuye el gradiente de la ley de momentos. Por esta razón, las rótulas plásticas debidas a cargas uniformemente distribuidas suelen tener mayor longitud que las correspondientes a cargas puntuales, y las que aparecen en los vanos son mayores que los apoyos.
- La presencia de los esfuerzos cortantes concomitantes con el momento flector. El esfuerzo cortante, al provocar una inclinación de las fisuras, incrementa la tensión de armadura principal de flexión a una cierta distancia del punto de momento máximo, aumentando con ello la plastificación en otras secciones con un momento menor que el plástico en flexión.
- El diámetro de la armadura a flexión. La pérdida de adherencia producida por los altos niveles de las tensiones tangenciales tienen un efecto similar al caso anterior, extendido en la zona plastificada a puntos adyacentes. El uso de barras de menor diámetro es de esperar que incremente la adherencia acero-hormigón y, en consecuencia, el efecto de la tenso-rigidez, y disminuya las longitudes de transferencia, provocadas por los aumentos de tensión de las armaduras situadas en las secciones fisuradas y de la rótula plástica.

2.2. LONGITUD PLÁSTICA EN HORMIGÓN ARMADO

Existen numerosos estudios que en los cuales la mayoría determinan longitudes plásticas en columnas de puentes de hormigón armado; todas son formulas calibradas basadas en una serie de ensayos, producto de bases de datos o por medio de pruebas de los mismos autores. En la Tabla 2-1 se puede observar las distintas aproximaciones empíricas obtenidas por los autores en orden cronológico.

Referencia del Investigador	Expresión de Longitud de Rótula Plástica
(Baker 1956)	$k \cdot (L/d)^{1/4} \cdot d$
(Sawjer Jr 1964)	$0,25 \cdot d + 0,075 \cdot L$
(Mattock 1964)	$0,5 \cdot d + 0,05 \cdot L$
(W. Gene Corley 1966)	$0,5 \cdot d + 0,2 (d)^{1/2} \cdot (L/d)$
(Park et al 1982)	$0,42 \cdot L$
(Priestley and Park 1987)	$0,08 \cdot L + 6 \cdot d$
(Paulay and Priestley 1992)	$0,08 \cdot L + 0,022 \cdot d \cdot f_y$
(Sheikh and Khoury 1993)	$1,0 \cdot L$
(Watson, S., & Park 1994)	$\frac{L_c}{h} = 1 + 2,8 \frac{P}{d \cdot f_{ck} \cdot A}$
(Panagiotakos and Fardis 2001)	$0,18 \cdot L + 0,021 \cdot d \cdot f_y$
(Bae SJ and Bayrak O 2008)	$\frac{L_p}{h} = \left(0,3 \left(\frac{P}{P_0} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0,1 \right) \cdot \left(\frac{L}{h} \right) + 0,25$
(Berry et al 2008)	$0,05 \cdot L + \frac{0,1 \cdot d \cdot f_y}{\sqrt{f_c}}$
(Bairán J. and Bou I. 2014)	$\left(1 - \frac{M_y}{M_u} + \left(1 - \frac{1}{2} \frac{V_s L_v}{M_u} \right) \frac{z}{L_v} \cotan \theta \right) L_v$

Tabla 2-1. Expresiones empíricas para la longitud plástica

Entre las expresiones empíricas para determinar L_p , la más utilizada es la propuesta por (Paulay and Priestley 1992). La ecuación generada, tanto para vigas como columnas de hormigón armado es la siguiente:

$$l_p = 0.08 \cdot l + 0.022 \cdot d_b \cdot f_{yd} \text{ (MPa)} \quad \text{Ec. (2.5)}$$

Dónde, L es la luz libre del elemento, d_b es el diámetro menor de la armadura longitudinal principal de flexión en la zona plastificada, y f_{yd} , el límite elástico del armado longitudinal. Además (Paulay and Priestley 1992), menciona que L_p es aproximadamente $0.5h$ para las columnas típicas. Esta ecuación tiene en cuenta tanto la curvatura a lo largo de la longitud de la columna como la rotación del extremo fijo. Este modelo fue desarrollado para estimar la capacidad de desplazamiento de las columnas de puente y ha sido adoptado por varios códigos de diseño.

Basándose en esta ecuación, (European Committee for Standardization 2011) realizó una recalibración para incluirla en su norma; aplicable así, tanto en vigas como en pilares. Teniendo en cuenta que aumentaron el término L y redujeron el término asociado con el diámetro de la barra.

$$l_p = 0.10 \cdot l + 0.015 \cdot d_b \cdot f_{yd} \text{ (MPa)} \quad \text{Ec. (2.6)}$$

Por otro lado, (Berry, Lehman, and Lowes 2008) establecieron una modificación a la fórmula de (Paulay and Priestley 1992), afirmando que la expresión propuesta predice de forma precisa la L_p . Pudiendo lograr una mayor precisión en la predicción del desplazamiento en el pandeo de las barras; sin embargo, la exactitud con la que predice el historial de desplazamiento de carga y el inicio de desprendimiento de partículas es similar para las expresiones de longitud de rótula plástica ya existentes. La fórmula propuesta por (Berry, Lehman, and Lowes 2008) es la siguiente:

$$l_p = 0.05 \cdot l + 0.1 \frac{f_y \cdot d_b}{\sqrt{f_c'}} \text{ (MPa)} \quad \text{Ec. (2.7)}$$

2.2.1. Origen de la fórmula de Paulay & Priestley (1992)

Al ser la ecuación (Ec. 2.5) de (Paulay and Priestley 1992) la más utilizada por sus valores más cercanos a la realidad, además de su simplicidad de cálculo; su origen radica de una calibración de columnas de hormigón armado, en la cual se basa en 2 términos fundamentales, L_{p1} que corresponde a la longitud plástica que se produce fuera del empotramiento y L_{p2} que es el asociado con la longitud plástica en el empotramiento.

En una columna empotrada con la aplicación de una carga horizontal "V" en su extremo, tendrá una ley de momentos lineal el cual su momento máximo " M_u " lo presentara el empotramiento y será la distancia L (longitud de columna) por la carga aplicada "V".

Existirá de igual forma en algún punto de la columna un momento elástico " M_y "; entonces la distancia entre el momento elástico y el momento último será por consiguiente la longitud plástica L_{p1} . Por lo que la expresión queda de la siguiente manera

$$l_{p1} = \frac{M_u - M_y}{V} \quad \text{Ec. (2.8)}$$

Luego obteniendo el factor común, la longitud del vano a cortante $L_v = M_u/V$, se obtiene:

$$l_{p1} = \left(1 - \frac{M_y}{M_u}\right) \cdot L_v \quad \text{Ec. (2.9)}$$

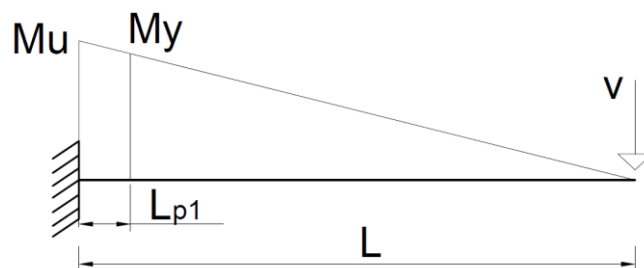


Figura 2-4. Ley de momentos flectores en una columna con base empotrada y extremo superior libre

Entonces, para encontrar el segundo término “ L_{p2} ”, se debe de tener en cuenta la longitud de anclaje “ L_a ”, donde la armadura en el anclaje posee un f_y con su correspondiente tensión de adherencia τ_b . Por lo tanto, igualando la fuerza a tracción de una barra versus la que se produce en la longitud de anclaje se obtiene la longitud plástica producida dentro del empotramiento.

$$f_y \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} = \tau_b \cdot \pi \cdot \phi \cdot L_a \quad \text{Ec. (2.10)}$$

Por último, se asume una distribución de tensión de adherencia constante y despejando la longitud de anclaje, podemos encontrar la “ L_{p2} ”.

$$L_{p2} = \frac{L_a}{2} = \frac{f_y \cdot \phi}{8 \tau_b} \quad \text{Ec. (2.11)}$$

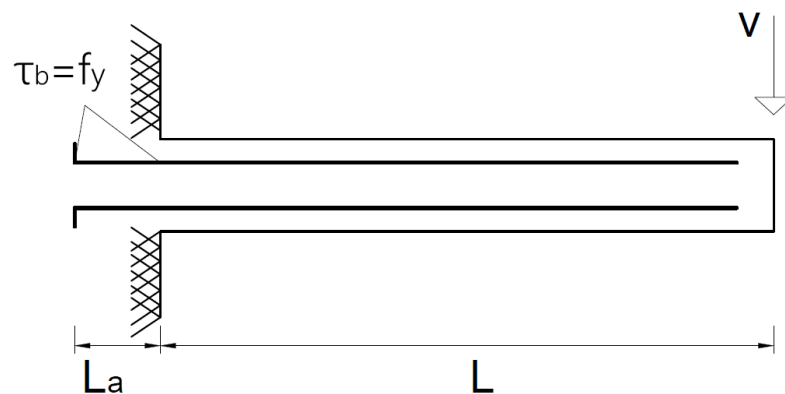


Figura 2-5. Distribución de tensión de adherencia en el anclaje de las barras

2.3. HORMIGÓN PARCIALMENTE PRETENSADO

2.3.1. Inicios del hormigón parcialmente pretensado

En una reseña histórica realizada por (Bennett 1984) resume que a partir de 1939 el austriaco H. Von Emperger hizo la sugerencia de que un pequeño número de cables de acero de alta resistencia pretensados se agregaran a las barras de resistencia media ordinarias en hormigón armado. Su objetivo no era eliminar el agrietamiento, que consideraba deseable debido a la flexibilidad que impartió al hormigón armado, sino aumentar la carga de servicio permisible reduciendo la tensión efectiva en el refuerzo. Luego P. W. Abeles (Alumno de Emperger), compartió la iniciativa de su tutor con la publicación de un artículo “Ahorro de refuerzo mediante pretensado”. Ellos disponen de alambre de alta calidad con barras de mediana resistencia; a diferencia de E. Freyssinet 1930, creador de la técnica del Hormigón Pretensado, basándose en un hormigón sin fisuras, es decir comprimido a tu totalidad.

A finales de la década de 1940 Abeles empezó aplicar sus ideas en la práctica como resultado de la necesidad de reconstruir puentes ferroviarios al finalizar la segunda guerra mundial. Dado que la profundidad de construcción de los nuevos puentes debía reducirse al mínimo, decidió utilizar un hormigón parcialmente pretensado, con una losa sólida compuesta que incorpora vigas pretensadas prefabricadas en sección T invertida.

En 1951 el Instituto Británico de Ingenieros Estructurales publica un primer informe sobre las técnicas del hormigón pretensado en el que se establece tres tipos de soluciones:

- Estructuras en las cuales debe ser eliminada toda posibilidad de fisuración bajo las cargas previstas como de servicio.
- Estructuras en las cuales la posible fisuración queda restringida a los casos de infrecuentes combinaciones de cargas sumamente desfavorables.
- Estructuras en las cuales se permite una visible, pero capilar, fisuración bajo sobrecargas de servicio relativamente frecuentes.

Ya considerando al hormigón parcialmente pretensado como una forma de proyectar estructuras, empezaron a surgir investigadores y proyectistas para el análisis de esta nueva forma de construcción.

2.3.2. Hormigón parcialmente pretensado en la actualidad

El pretensado parcial puede mejorar significativamente el rendimiento de las estructuras de hormigón, especialmente en condiciones de servicio y fatiga. Sin embargo, después de agrietarse el comportamiento de estas estructuras no es lineal; Por tanto, las metodologías tradicionales de diseño basadas en elasticidad lineal y tensiones permisibles no proporcionan la solución óptima (Bairán, Marí Bernat, and Duarte Gomez 2012).

A diferencia del pretensado total, al disponer de armadura pasiva, el área de pretensado disminuye; frente a sobrecargas, la estructura fisurará hasta el límite impuesto por el proyectista, pero una vez desaparezcan las cargas, debido al pretensado parcial las fisuras cerrarán. Además al disponer de armadura pasiva, la fisuración que presentara la estructura será de forma controlada.

Las principales ventajas del pretensado parcial son:

- No aparecen problemas de cabezas de compresión en vacío excesivamente grandes.
- No presenta contraflechas de pretensado excesivas.
- Reducción de la fuerza de pretensado, ya que tienen menor cantidad de armadura activa.
- La reducción del peso propio permite disponer de menores cantos.
- La armadura pasiva permite tener una fisuración más controlada.

(Bachmann 1984) definió una expresión para cuantificar el nivel de pretensado que puede solicitar una estructura, el grado de pretensado está representado por λ que es igual al cociente existente entre el momento de descompresión y el momento asociado a la combinación poco probable de servicio. Lo que equivale a un valor de $\lambda = 0$ a una sección sin pretensar y $\lambda = 1$ a una sección totalmente pretensada.

$$\lambda = \frac{M_{des}}{M_{perma} + M_{sc}} \quad \text{Ec. (2.12)}$$

Hoy día los métodos que existen para el cálculo del HPP, se basan en la solución de una ecuación polinómica de tercer grado, generada al plantear el equilibrio de fuerzas y momentos sobre una sección de hormigón pretensada y fisurada, sometida a un momento y axil exterior, considerando que existe compatibilidad de deformaciones. La complicación no se presenta en la forma de obtener la solución a esa ecuación de tercer grado, si no en el valor de la fuerza de pretensado P que depende de la cuantía de armadura activa así como también de la pasiva que está presente en las secciones críticas de la estructura.

Esta fuerza P , debe asegurar que el grado de pretensado que presenta la estructura será el óptimo para evitar que la tensión sobre la armadura pasiva dispuesta, supere un valor determinado, asociado a la abertura máxima prevista en los códigos, o a un máximo de tensión que influyen en los problemas de fatiga. Dicho grado de pretensado se determina mediante iteraciones, conociendo el momento exterior que generalmente es el asociado a la combinación frecuente; se suele tomar como prediseño una fuerza de pretensado proporcionado en un análisis de Magnel convencional asumiendo un valor ficticio de la tensión de tracción superior a la resistencia a tracción del hormigón.

2.3.3. Longitud plástica en hormigones pretensados

Si bien es cierto que la longitud de rótula plástica en elementos de hormigón pretensados es calculada por las formulas ya establecidas por investigadores en hormigones armados. (Au and Du 2004) calcularon la longitud plástica en vigas parcialmente pretensadas utilizando la ecuación de (Mattock 1964) para hormigón armado.

Por otro lado, en las normativas de diseño actuales no existe ninguna mención acerca de alguna fórmula de longitud plástica para utilizarlas en vigas pretensadas o parcialmente pretensadas. Es por eso que solo se utilizan las ecuaciones anteriormente nombradas en hormigones armados, para todo tipo de hormigón.

A diferencia de las secciones de HA en las que la plastificación de la armadura pasiva queda definida por un notable cambio en el diagrama momento-curvatura de la sección, en HPP el valor de la curvatura (ϕ_y) presenta cierta arbitrariedad y aún existe poco consenso sobre su valor (Marianos et al. 2000). La presencia de A_s y A_p hace que el punto de plastificación sea arbitrario ya que sus ecuaciones constitutivas son diferentes.

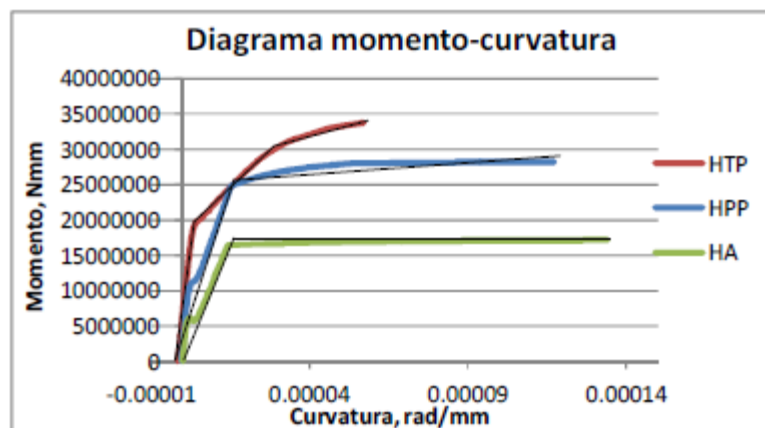


Figura 2-6. Diagrama momento-curvatura en hormigón armado, hormigón parcialmente pretensado y hormigón pretensado total (Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014).

La determinación de la longitud plástica en rótulas de elementos PPC sigue siendo una línea de investigación abierta, ya que las formulaciones existentes de Priestley et al están calibradas para elementos de HA. En (Marianos et al. 2000) la única propuesta existente es la consideración de $L_p=0.5d_p$. Cómo afectan las diversas adherencias del acero o bien el incremento del ratio M_u/M_y , es un problema por cuantificar.

(Bairán Jesus and Bou Laura 2014) con la utilización de dos base de datos de autores como (Naaman, A. E., & Harajli 1985; Tao, S., & Du 1985), incorporando el efecto del cortante en los momentos elásticos y último, obtiene una expresión para obtener la longitud plástica que podría ser de gran ayuda cuando se aplica esta expresión analítica en hormigones pretensados y parcialmente pretensados.

2.4. ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

En gran medida se ha estudiado el comportamiento del hormigón armado ya que es el más utilizado a la hora de construir; desarrollando nuevas técnicas y enfrentándose a nuevos retos en el campo ingenieril, se ha utilizado el hormigón pretensado como solución a problemas que presenta el hormigón armado. Obteniendo ventajas como mejor comportamiento bajo cargas de servicio, evitar la fisuración, reducción de peso total, reducción de tiempo de ejecución de obra ya que son industrializados, entre otros.

Al querer seguir innovando en estos aspectos anteriormente mencionados, se empieza a utilizar el hormigón parcialmente pretensado, influyendo en muchos resultados satisfactorios a problemas generados de los cuales se puede destacar el mejoramiento significativo del rendimiento de las estructuras, y por tanto la reducción de costos del proyecto.

Al ser un tema que se empezó a recobrar importancia hace pocos años, existen muchas interrogantes, además de la escases de fórmulas para optimizar el rendimiento este tipo de hormigón; actualmente se utilizan las expresiones usadas para el hormigón armado como por ejemplo en nuestro caso la de longitud plástica, subestimando su capacidad, sabiendo que este tipo de estructuras puede brindar

mejores prestaciones que las calculadas. Es por eso que estudiando el comportamiento que presenta este tipo de estructuras podemos llegar a conocer el comportamiento exacto que muestra el sistema al verse solicitado por las acciones pertinentes.

Existen en la actualidad formulaciones ampliamente validadas para el cálculo de la longitud plástica en una pieza de hormigón armado. Estas formulaciones han sido validadas experimentalmente.

Sin embargo, la directa aplicación de estas formulaciones al campo de elementos pretensados o parcialmente pretensado es dudosa, ya que la ductilidad de dichas secciones así como el punto de inicio de la plastificación es diferente que en secciones de hormigón armado por la presencia de acero de pretensar.

El amplio uso de elementos parcialmente pretensado en los que se combina armadura activa y pasiva hace que sea importante cuantificar la bondad de dichas formulaciones, así como plantear nuevas ecuaciones basadas en la mecánica del problema que proporcionen valores de rotación plástica reales y permitan entender el comportamiento de elementos parcialmente pretensados sometidos a grandes demandas de ductilidad como es el caso del sismo o bien en situaciones en las que la redistribución de esfuerzos sea importante.

CAPÍTULO 3 - ANÁLISIS MECÁNICO DE LA LONGITUD PLÁSTICA

3.1. PARTES DE UNA LONGITUD PLÁSTICA

La curvatura plástica se define como la curvatura que se produce en una sección de hormigón que ha alcanzado su momento de plastificación, es decir, la que se genera cuando los momentos flectores han excedido el momento flector asociado a la plastificación de la sección. La integral de las curvaturas plásticas en toda la longitud plastificada del elemento, equivale a la rotación plástica de dicho elemento. Es por ello, que una correcta cuantificación de la rotación plástica de un elemento implica conocer la longitud plástica.

La longitud plástica total de un elemento depende de la longitud en la que la ley de momentos sobrepasa el momento de plastificación, además, depende de la adherencia de las armaduras en la zona plastificada, así como también en aquellas piezas donde existen esfuerzos combinados de la influencia del esfuerzo cortante (decalaje).

El deslizamiento de adherencia del refuerzo en zonas de anclaje también aumenta las deformaciones. Se puede tomar en cuenta el efecto de deslizamiento de adherencia si se conoce la cantidad de deslizamiento. Cabe destacar, no siempre es importante tener en cuenta el efecto del cortante y el deslizamiento de adherencia ya que va asociado con que si el cortante está en un rango considerable o no, y que si el miembro cuenta como empotrado o no. En general, las rotaciones plásticas calculadas ignorando el efecto del cortante y del deslizamiento de adherencia subestiman las rotaciones plásticas reales, lo que da una indicación conservadora de la ductilidad disponible (R. park y T. paulay 1978).

Por lo tanto, la longitud plástica en resumen se divide en 3 longitudes:

$$L_{p,total} = L_{p,flexión} + L_{p,cortante} + L_{p,adherencia} \quad \text{Ec. (3.1)}$$

El termino $L_{p,flexión}$, asociado con la plastificación de las armaduras longitudinales, $L_{p,cortante}$, que es el término que asume el efecto del cortante decalando la ley de momentos cuando dicho cortante es considerable. Y $L_{p,adherencia}$, es la longitud que se localiza dentro del empotramiento también llamada longitud de anclaje.

En las predicciones de ductilidad es necesario determinar la deformación ocurrida cuando se alcanza el momento último. Se puede obtener la rotación y la deflexión del miembro en la condición ultima a partir de la distribución de curvatura real por medio de Ec. 3.2 y Ec. 3.3.

$$\theta_{AB} = \int_A^B \varphi dx \quad \text{Ec. (3.2)}$$

θ_{AB} Proporciona la rotación entre dos puntos cualesquiera A y B del miembro, en que dx es un elemento de longitud del miembro.

$$\Delta_{AB} = \int_A^B x \cdot \varphi dx \quad \text{Ec. (3.3)}$$

Δ_{AB} Representa la deflexión transversal del punto A desde la tangente al eje del miembro en el punto B debido a la curvatura a lo largo de toda la longitud del miembro en el punto B debido a la curvatura a lo largo de toda la longitud.

Por otro lado, se puede idealizar la distribución real de la curvatura en el momento último en regiones elásticas e inelásticas (ver Figura 3-1). Cabe destacar que estos valores sobrestima la rotación elástica.

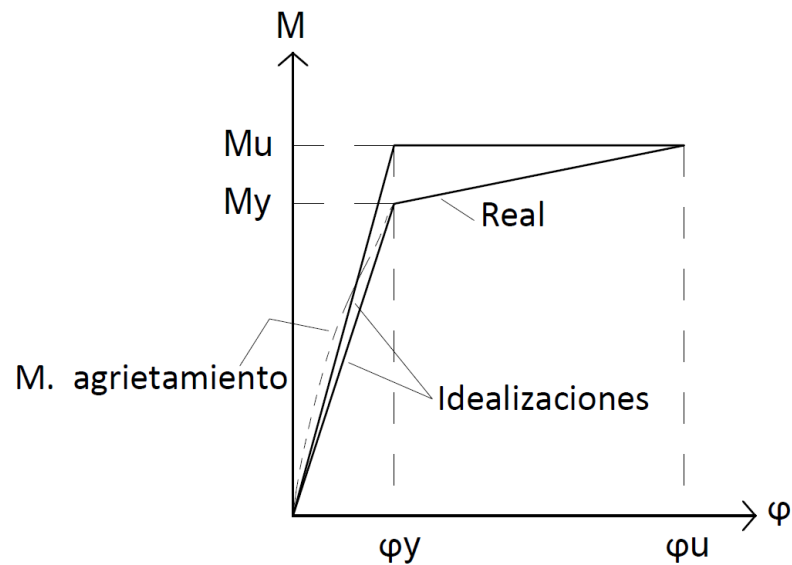


Figura 3-1. Curva real e idealizada momento-curvatura en las secciones agrietadas (R. park y T. paulay 1978).

El área sombreada de la Figura 3-2, indica la rotación inelástica que puede ocurrir en la articulación plástica en la vecindad de la sección crítica. Es decir que representa la rotación plástica que ocurre además de la rotación elástica en la etapa última del miembro. Se puede reemplazar el área inelástica en la etapa última mediante un rectángulo equivalente de altura $\phi_u - \phi_y$ y anchura L_p que tenga la misma área que la distribución real de curvatura inelástica (R. park y T. paulay 1978).

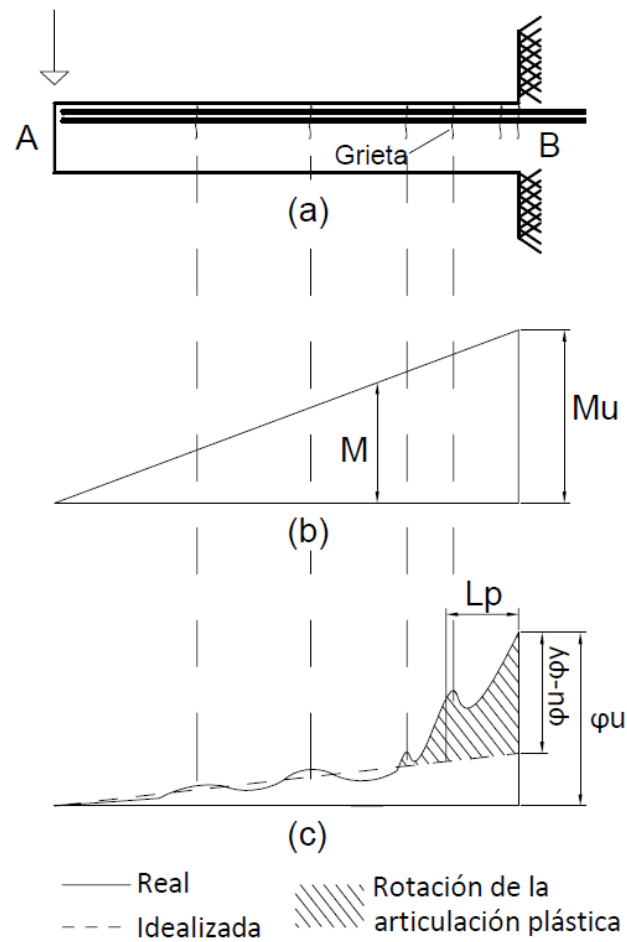


Figura 3-2. Distribución de curvatura a lo largo de una viga bajo momento último. (a) Viga. (b) Diagrama de momento Flexionante. (c) Diagrama de curvatura. (R. park y T. paulay 1978).

3.2. IMPORTANCIA DEL CORTANTE EN LA FÓRMULA

Cuando el efecto del cortante es considerable en la sección de hormigón, se puede producir una posible plastificación para una carga menor que el momento de plastificación real de dicha sección, es decir, las armaduras longitudinales de flexión deberán ser capaces de soportar un incremento de tracción respecto a la producida por el momento de diseño. Si el cortante es significativo hace que la sección no pueda soportar el momento máximo de flexión, en este caso la sección resistirá una menor carga ya que se verá en rotura debido al cortante.

Para evitar que esto suceda, se realiza un decalaje de la ley de momentos en el sentido más desfavorable (ver Figura 3-3), es decir, buscando aumentar la sollicitación de la sección por flexión. El decalaje viene dado por la siguiente expresión:

$$S_d = z \cdot \left(\cot \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_{rd}} (\cot \theta + \cot \alpha) \right) \quad \text{Ec. (3.4)}$$

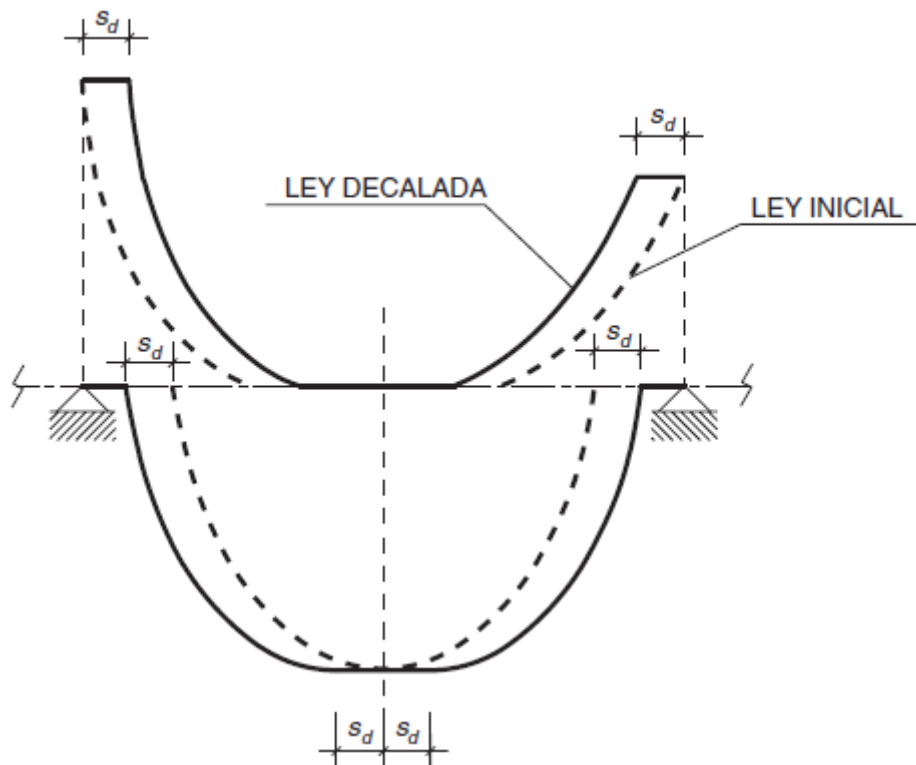


Figura 3-3. Decalaje de la ley de momentos flectores (EHE-08)

Una sección de hormigón totalmente pretensada tiene un nivel de axil elevado, queriendo decir que la sección posee un incremento de capacidad resistente, pero la sección se vuelve más frágil, como se observa en la Figura 2-6, la sección HTP llega a su M_u de manera más rápida que las de HPP y HA. Esta sección, presenta menos capacidad de giro porque la cabeza de compresiones en rotura tiene que aguantar también el momento; entonces la combinación de dicho axil con ese momento hace que la sección sea menos dúctil.

Por otro lado, en una sección parcialmente pretensada, al disminuir la cuantía de pretensado, se reducirá el axil de forma considerada; además provocará que la sección fisure en niveles de servicio, esto lleva consigo que se ganará más ductilidad.

Por consiguiente, sabiendo que considerando el efecto del cortante la pendiente entre el M_y y M_u tiende a aumentar, (Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014) incluyen en la ecuación propuesta para longitud plástica, el cálculo de los momentos teniendo en cuenta dicho cambio de pendiente que surge al introducir el cortante.

3.3. DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN PROPUESTA

(Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014), toman los parámetros de M_y y M_u con el efecto del cortante incluido mediante un modelo numérico llamado *Simulador de ensayos a flexión* desarrollado en el Departamento de Ingeniería de la Construcción en la Escuela de Caminos, utilizado como herramienta educativa para simular ensayos a flexión de 3 y 4 puntos de elementos simples. Dicho programa permite el análisis de vigas de hormigón armado y pretensado. En el simulador se realiza un análisis seccional a través de la curvatura y momento que se produce en el transcurso en que la viga es sometida a carga hasta su rotura; proporciona en cada escalón de carga resultados de tensiones del hormigón, acero pasivo, acero activo, plano de deformaciones, entre otros (ver Figura 3-4).

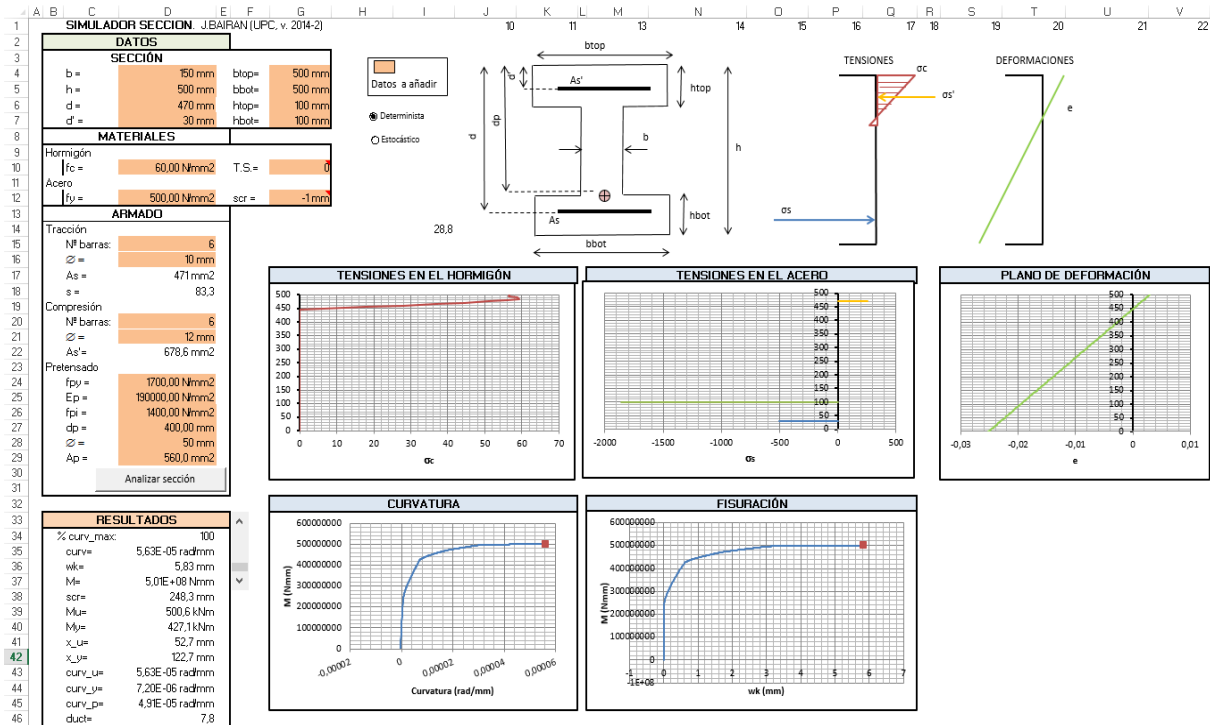


Figura 3-4. Hoja de Excel del simulador de ensayos a flexión

Entonces, incluyendo el efecto del cortante en los momentos elásticos y últimos realizan la siguiente deducción

La tensión efectiva de tracción que tiene la armadura considerando el efecto del cortante T , es la fuerza producida por el momento elástico considerando el efecto del cortante, más el incremento debido al efecto del cortante, ΔT . La tensión efectiva, a la vez, es la tensión elástica por la armadura activa:

$$T = \frac{M_{y,V}}{z} + \Delta T = A_p \cdot f_{py} \quad \text{Ec. (3.5)}$$

Donde:

z Brazo mecánico, definido como el momento último resistente entre la capacidad de las armaduras:

$$z = \frac{M_u}{A_s \cdot f_y + A_p \cdot f_{py}} \quad \text{Ec. (3.6)}$$

ΔT Incremento de tensión en armadura longitudinal debido al esfuerzo cortante:

$$\Delta T = \left(V - \frac{1}{2} V_s \right) \cdot \cotan\theta \quad \text{Ec. (3.7)}$$

Siendo:

V Esfuerzo de cortante aplicado

$$V = \frac{M_u}{L_v} \quad \text{Ec. (3.8)}$$

V_s Capacidad de la armadura transversal del alma a la resistencia esfuerzo cortante,

$$V_s = A_{s\alpha} \cdot f_{y\alpha} \cdot z \cdot \cotan\theta \quad \text{Ec. (3.9)}$$

Es función del área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que forman un ángulo α con la directriz de la pieza $A_{s\alpha}$, su resistencia de cálculo $f_{y\alpha}$, el brazo mecánico z , y el ángulo de inclinación de las fisuras.

θ Angulo de inclinación de las fisuras:

$$\cotan\theta = \sqrt{1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{ct,m}}} \quad \text{Ec. (3.10)}$$

Siendo σ_{cp} la tensión normal de cálculo en el hormigón y $f_{ct,m}$ la resistencia media a tracción del hormigón.

Entonces, al dividir la expresión global por el momento último M_u , sustituyendo los valores; se obtiene:

$$L_p = \left(1 - \frac{M_y}{M_u} + \left(1 - \frac{1}{2} \frac{V_s L_v}{M_u} \right) \frac{z}{L_v} \cotan\theta \right) L_v \quad \text{Ec. (3.11)}$$

La ecuación proviene de la calibración de datos experimentales correspondientes a dos ensayos llevados hasta rotura; uno de ellos fue realizado por (Tao, S., & Du 1985) utilizando vigas rectangulares biapoyadas con tendones adherentes, con el objetivo de determinar la tensión última en vigas de hormigón parcialmente pretensadas bajo cargas estáticas. El otro ensayo lo realizaron (Naaman, A. E., & Harajli 1985) con vigas rectangulares biapoyadas, teniendo como objeto el análisis de las deformaciones y fisuración que presentan las vigas parcialmente pretensadas bajo cargas estáticas y cíclicas.

En consecuencia, estos datos son de vigas isostáticas, en comparación a las que utilizó (Paulay and Priestley 1992) en sus investigaciones que eran empotradas. Las vigas fueron ensayadas bajo dos cargas puntuales situadas a $L/3$. Por consiguiente, para poder establecer comparaciones entre resultados de la longitud plástica de las formulaciones de estudio y la longitud plástica experimental, (Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014) hicieron un reajuste para poder adaptar las vigas. Además, el término asociado a la longitud plástica dentro del empotramiento, no se incluyó en el cálculo.

Cabe destacar, la Ec. 3.11, solo indica una parte de la longitud plástica total, dicha ecuación, abarca el término de L_{P1} , que incluye la flexión y el cortante, el término asociado con el anclaje, L_{P2} , se calibrará posteriormente después de haber obtenido los valores reales de las longitudes plásticas en las vigas.

CAPÍTULO 4 - CAMPAÑA EXPERIMENTAL

4.1. OBJETIVO DE LA CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Al querer cuantificar la longitud plástica en vigas hiperestáticas parcialmente pretensadas aplicando la expresión analítica propuesta por (Bairan Jesus and Bou Bernad Laura 2014). Se ha propuesto 5 vigas continuas parcialmente pretensadas sometidas a distintos niveles de carga hasta llegar a rotura.

Cada una de estas vigas posee diferentes cuantías de armadura longitudinal, armadura transversal y nivel de pretensado, y así poder ir evaluando qué papel desempeña cada una de las cuantías que presentan los elementos según el comportamiento que presenten debido a los niveles de carga que serán sometidos. Es necesario señalar que las vigas a ensayar, tienen un desdoblamiento del apoyo trasero, el cual realiza la función de un empotramiento.

Al final se podrán determinar parámetros de mayor importancia a la hora de poder diseñar este tipo de elementos.

Se desea observar la variabilidad que presenta la longitud plástica en las diferentes vigas, dependiendo del tipo de daño que tenga cada una de las mismas debido a los esfuerzos que se presenten, principalmente el termino asociado con el efecto del cortante en las rotulas plásticas en secciones de negativos, secciones de apoyo de vigas continuas y en secciones de centro de vano; ya que la expresión analítica que evaluaremos, incluye dicho efecto.

4.2. PROPIEDADES DE LAS VIGAS

4.2.1. Caracterización de los materiales

Los materiales utilizados en la campaña experimental se sometieron a pruebas de control para verificar si cumplían los estándares requeridos y especificaciones que presentaban cada uno de ellos. Las especificaciones de los materiales son las siguientes:

Material	Especificación
Hormigón	HP-60
Acero Pasivo	B-500-SD
Acero Activo	Y1860

Tabla 4-1. Especificaciones de materiales

4.2.1.1. Hormigón

Para determinar las propiedades del hormigón se realizaron ensayos de cilindros a compresión, tracción indirecta y módulo de Young; cabe destacar, que estos ensayos están regidos por la normativa vigente (UNE 12390-3 2009); se hicieron cuando cada una de las vigas se sometía a prueba. Se utilizaron cilindros estandarizados de 300 mm de altura por 150 mm de diámetro.

➤ Ensayo a compresión

Los cilindros son pasados por la pulidora para asegurarnos de mantener uniforme la superficie de arriba en la que se impondrá una carga ortogonal hasta ruptura del cilindro; cabe destacar que los resultados son de cilindros sometidos a prueba el día del ensayo de la viga. Los resultados están expresados en la Tabla 4-2.

	F_{ck} Promedio (MPa)
Viga 1	68,48
Viga 2	75,35
Viga 3	59,70
Viga 4	49,82
Viga 5	68,64

Tabla 4-2. Resistencia a compresión en probetas de control



Figura 4-1. Ensayo a compresión de probetas cilíndricas

➤ Ensayo a tracción indirecta (brasileño)

Se coloca la probeta en posición horizontal y se le aplica una fuerza ortogonal hasta que la probeta falle. Solo es necesario la instrumentación pertinente para impedir el movimiento o deslizamiento del cilindro al momento que se está realizando el ensayo. Los resultados del ensayo a tracción indirecta se observan en la Tabla 4-3.

	F _t Promedio (MPa)
Viga 1	5,49
Viga 2	5,54
Viga 3	4,68
Viga 4	3,63
Viga 5	5,57

Tabla 4-3. Resistencia a tracción en probetas de control



Figura 4-2. Ensayo a tracción indirecta de probetas cilíndricas

➤ Módulo de Young

Igual que en la prueba a compresión solo que la probeta solo está sujeta a ciclos de carga y descarga durante un tiempo determinado sin llegar a la falla del cilindro. Por medio de este ensayo, con la ayuda de LVDT los cuales son sensores capaces de detectar la deformación que sufre la pieza. Para hacer esto posible se debe utilizar un par de anillos de acero que envuelven la probeta, aguantados por unos tornillos que los aprietan y sujetan a los anillos con el cilindro de hormigón; los anillos se encuentran enlazados por los LVDT. Los resultados se muestran en la Tabla 4-4.

	E_c Promedio (MPa)
Viga 1	31807,23
Viga 2	31594,53
Viga 3	29560,99
Viga 4	28115,61
Viga 5	33059,91

Tabla 4-4. Módulo de Young en probetas de control



Figura 4-3. Ensayo de módulo de Young de probetas cilíndricas

4.2.1.2. Acero pasivo

Se realizaron ensayos de tracción de las barras según la norma (UNE-EN 10020 2001); se utilizaron diámetros de 10, 12 y 16 mm, en los que se posicionaban para ser tensionados hasta su rotura. Los resultados se encuentran en la Tabla 4-5.

Barra	Tipo	Fy Prom. (N/mm ²)	Strain (µm/m)
Ø10	S	530	2647
	SD	527	2633
Ø12	S	512	2560
	SD	542	2705
Ø16	S	550	2750
	SD	540	2700

Tabla 4-5. Resistencia a tracción en barras de acero

4.2.2. Geometría de vigas

Todas las vigas ensayadas en la campaña experimental presentan la misma geometría; sus medidas longitudinales están representadas en la Figura 4-4.

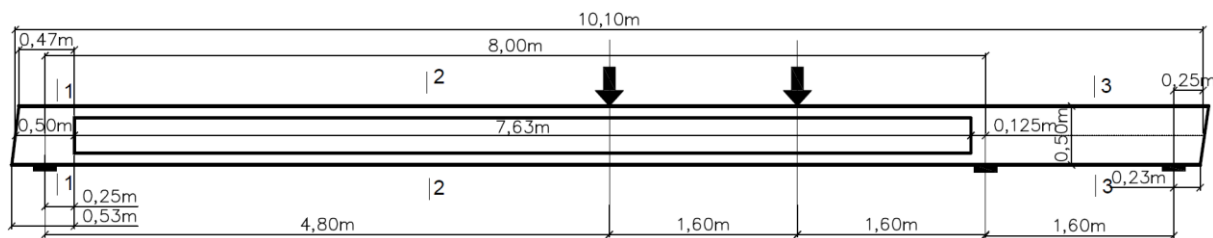


Figura 4-4. Dimensiones longitudinales de las vigas

Se observan diferentes secciones de las vigas en donde las secciones 1-1 y 3-3 son rectangulares de 0,50m x 0,50m y la sección del medio 2-2 presenta una configuración distinta (ver Figura 4-5).

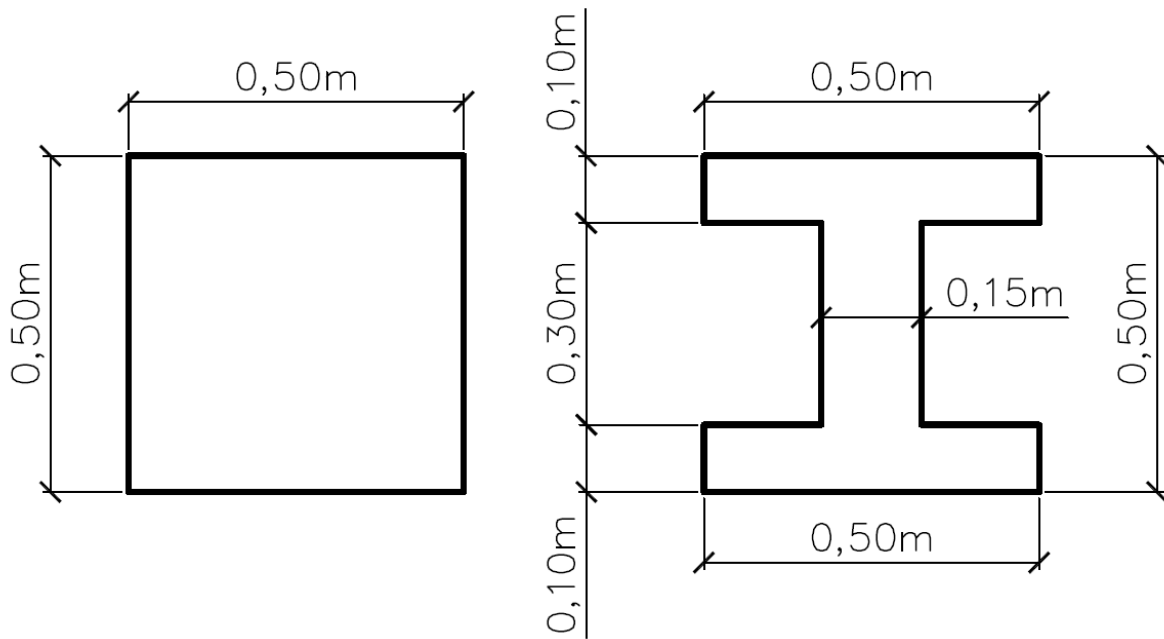


Figura 4-5. Dimensiones transversales de las vigas

4.2.3. Parámetros de vigas

➤ **Trazado de cable:** Las vigas a ensayar presentan 3 diferentes trazados, es decir, varía de 3 maneras distintas la excentricidad en el apoyo del medio con respecto a su eje, por ende todo el trazado cambia dependiendo de dicha excentricidad; los trazados se muestran a continuación:

Con la siguiente configuración se evaluaron 3 vigas:

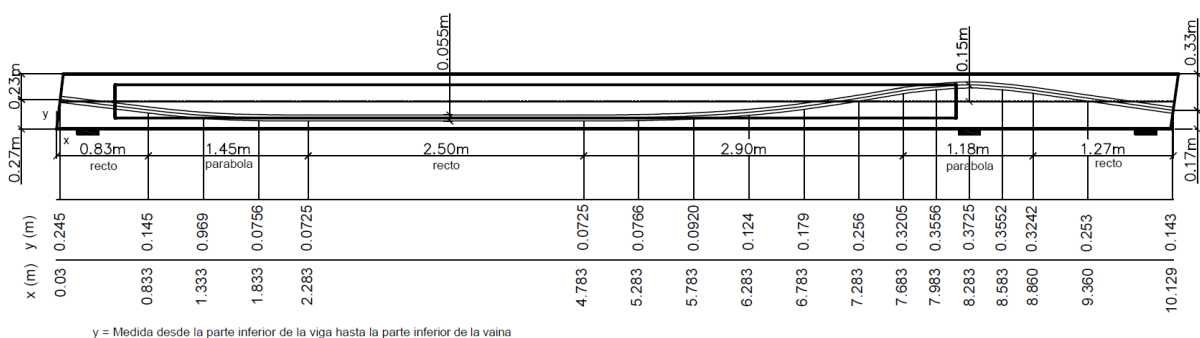


Figura 4-6. Primera configuración de trazado del cable

Las Figuras 4-7 y 4-8, muestran el trazado con el que se ensayó las 2 vigas restantes.

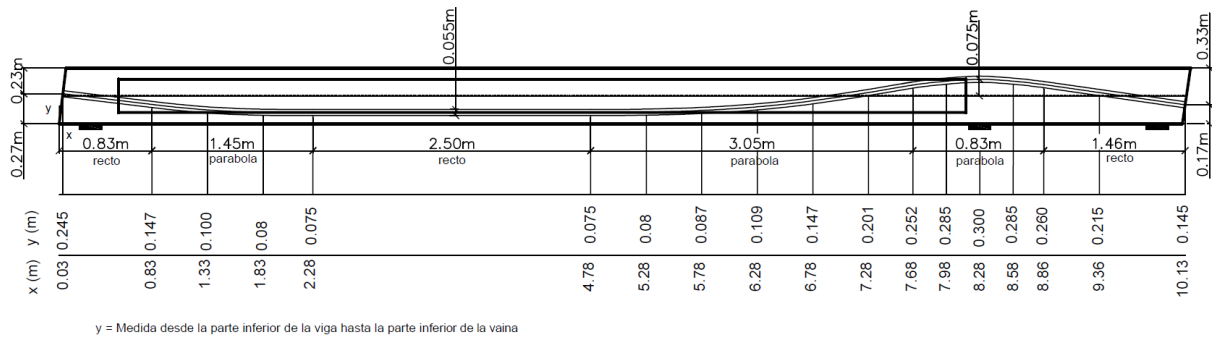


Figura 4-7. Segunda configuración de trazado del cable

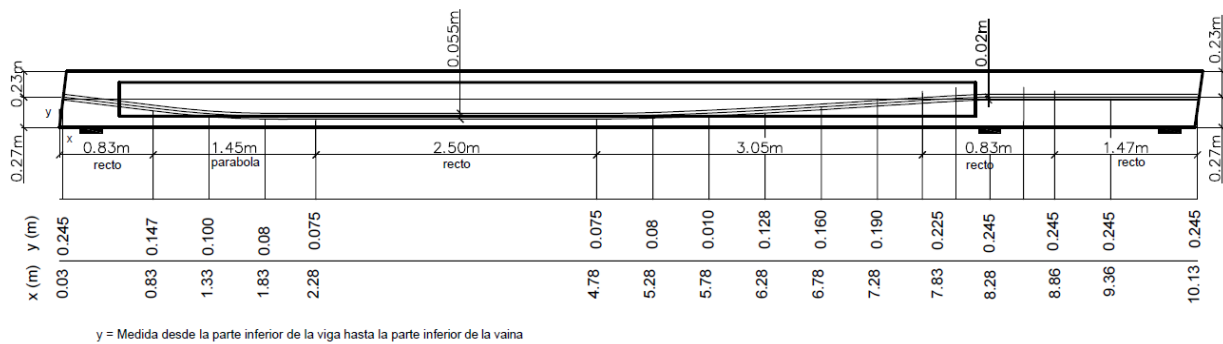


Figura 4-8. Tercera configuración de trazado del cable

El trazado y todas las características que este presenta se encuentran detalladas en los Anejos.

➤ **Armadura longitudinal:** Existen dos configuraciones de armadura longitudinal que se desarrollaron en la campaña. La Figura 4-9 muestra la primera configuración, la cual se presentaron en las vigas 1, 2, 4 y 5; por otro lado, en la Figura 4-10 se observa la configuración que presento la viga 3.

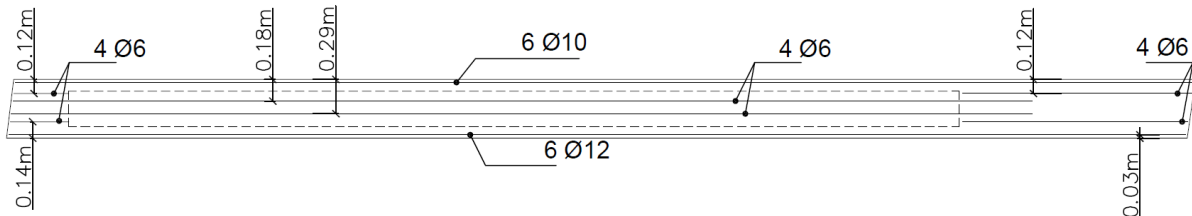


Figura 4-9. Primera configuración de armadura longitudinal

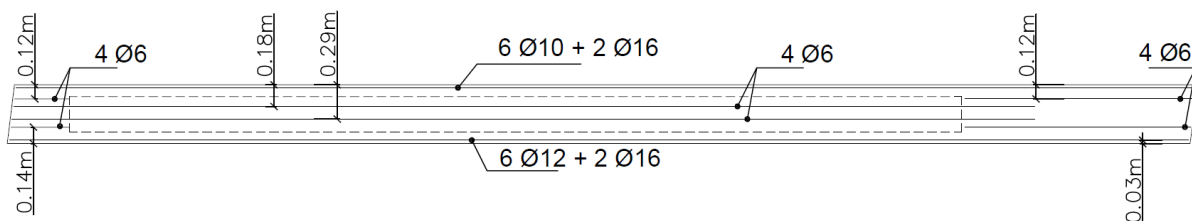


Figura 4-10. Segunda configuración de armadura longitudinal

La disposición de la armadura longitudinal se muestra detalladamente en los Anejos.

➤ **Armadura transversal:** En toda la viga solo varía la configuración de cercos en negativos, es decir, se disponen diferentes barras de acero o espaciado en la sección cerca del apoyo intermedio (ver Figura 4-11). En el Anejo 1 se muestra minuciosamente el espaciado y diámetro de barras para cada una de las vigas.

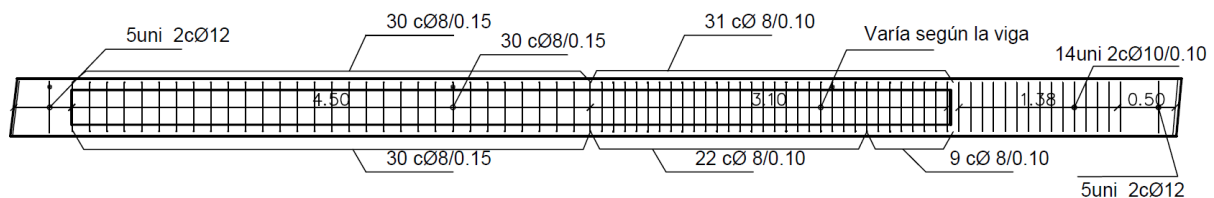


Figura 4-11. Configuración de armadura transversal

El resumen de disposición de barras y espaciado se encuentra en la Tabla 4-6, en la cual se indica las características que presenta cada viga en cuanto a su refuerzo.

Viga	Área de Pretensado (mm ²)	Trazado del cable	Excent. en neg. (m)	Excent. en pos. (m)	Cercos en pos.	Cercos en neg.	Arm. Long. en pos.	Arm. Long. en neg.
1	560	1	0,15	0,15	Ø8/0,15	Ø10/0,10	6Ø10	6Ø12
2	560	1	0,15	0,15	Ø8/0,15	Ø8/0,15	6Ø10	6Ø12
3	420	1	0,15	0,15	Ø8/0,15	Ø10/0,10	6Ø10+2Ø16	6Ø12+2Ø16
4	560	2	0,075	0,15	Ø8/0,15	Ø8/0,10	6Ø10	6Ø12
5	560	3	0,02	0,15	Ø8/0,15	Ø10/0,10	6Ø10	6Ø12

Tabla 4-6. Resumen de especificaciones de las vigas

4.2.4. Instrumentación

➤ Interna

Con la ayuda de galgas extensiométricas colocadas en la armadura activa y pasiva de las vigas, se pudo lograr la captación de la deformación que sufre el armado durante el ensayo (ver Figura 4-12). El funcionamiento de dichas galgas se basa en que su resistencia varía cuando se somete a determinados esfuerzos y se deforman. Por lo tanto la galga realiza una lectura de deformaciones en el punto que se analiza.



Figura 4-12. Instrumentación interna de las vigas

La disposición de las galgas y su nomenclatura se presenta en las Figura 4-13 para armadura longitudinal. En los Anejos se presenta detalladamente el número de galgas y la distancia que estas tienen, así como también la colocación de las galgas en la armadura transversal; además planos en sección transversal de su distancia vertical en la armadura transversal.

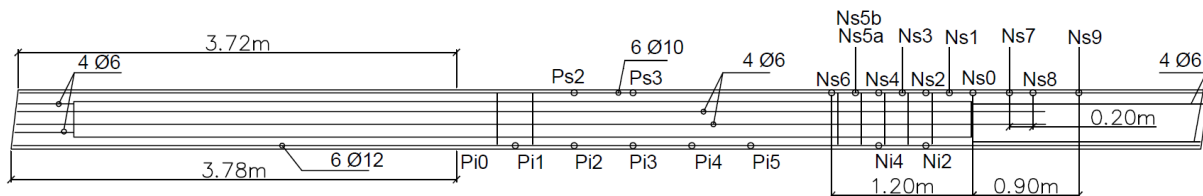


Figura 4-13. Disposición de galgas en las vigas

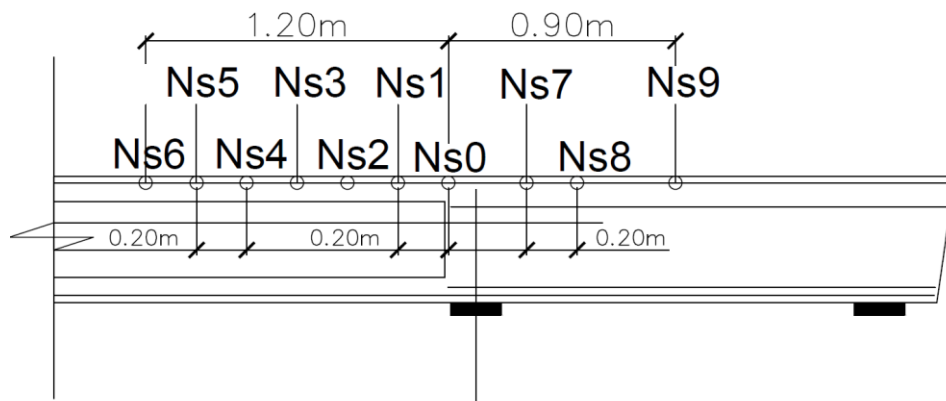


Figura 4-14. Separación entre galgas

➤ Externa

Para evaluar el comportamiento externo de la viga, se han colocado células de carga en los apoyos, inclinómetro y temposonics en el largo de la viga.

Los temposonics de desplazamiento lineal están colocados a lo largo de toda la longitud de la viga, con la función de determinar el desplazamiento vertical u horizontal que presenta la viga durante el ensayo.



Figura 4-15. Temposonics para el monitoreo de deformación vertical de la viga

Para captar los valores generados debido a la rotación de la viga tanto longitudinal como transversalmente se implementa un inclinómetro colocado cerca del apoyo central; este media en grados dicha rotación.



Figura 4-16. Inclinómetro para medir la rotación de la viga

En los apoyos de las vigas se ubican 2 células de cargas por cada apoyo, las cuales realizan la función monitorear la variación de las reacciones a lo largo del ensayo.

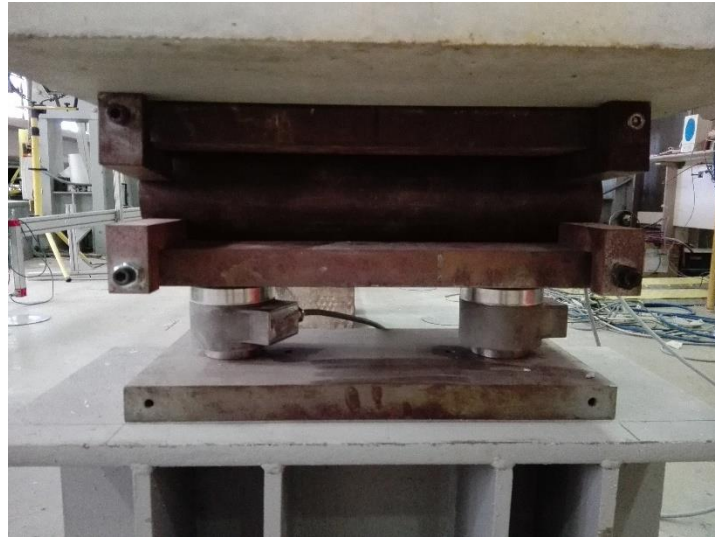


Figura 4-17. Células de carga ubicada en los apoyos

En los Anejos se presentan todos los detalles de la instrumentación utilizada para cada viga.

4.3. PREPARACIÓN DEL ENSAYO

Para ejecutar cada ensayo de las diferentes vigas se seguirán los siguientes pasos:

1. Colocación y alineación: se inicia poniendo la viga bajo el marco de prueba, y colocándola sobre los apoyos; verificando que este alineada tanto longitudinal como horizontalmente con sus respectivos ejes.



Figura 4-18. Colocación de la viga en los apoyos

2. Preparación: se procedía a realizar todas las conexiones pertinentes para monitorizar la viga; se ordenaban las galgas extensiométricas para ser conectadas en los MD, y estos al dispositivo MGCPLUS HBM, multiplexor para poder captar los datos en el ordenador.



Figura 4-19. Conexión de las galgas extensiométricas

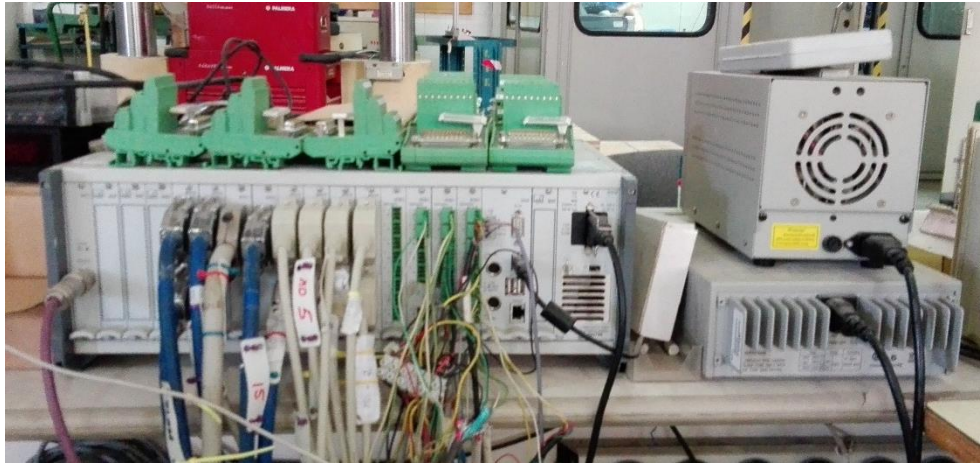


Figura 4-20. MGCplus HBM, para la captación de los datos de toda la instrumentación

3. Tesado longitudinal: se realiza el pretensado de la viga monitoreando el comportamiento que esta presenta. Todos los tesados son realizados in situ debajo el pórtico en el cual se va a ensayar, con excepción de la viga 3 que fue tesada antes del primer paso el cual es colocación y alineación.



Figura 4-21. Tesado longitudinal de vigas

4. Tesado Vertical: En el primer apoyo, con la ayuda de unos gatos hidráulicos, se hace un tesado vertical para evitar el despegue del apoyo en el vano corto del empotramiento; por lo tanto se introduce una reacción de compresión superior a la prevista en el ensayo.



Figura 4-22 Tesado vertical de vigas

Posteriormente de haber realizado todos los pasos anteriores, al cabo de 7 días después del tesado longitudinal se procedía a ejecutar el ensayo.

4.4. ENSAYOS

Para empezar con los ensayos, se introducía el ciclo de cargas (ver Figura 4-24) en el controlador del pórtico que maneja el pistón que ejerce la carga. El ensayo se realizaba en 2 etapas, la primera es aplicando dos cargas puntuales hasta que cumpla el ciclo de cargas y en la segunda etapa se aplicaba una carga puntual hasta llevar la viga a rotura.

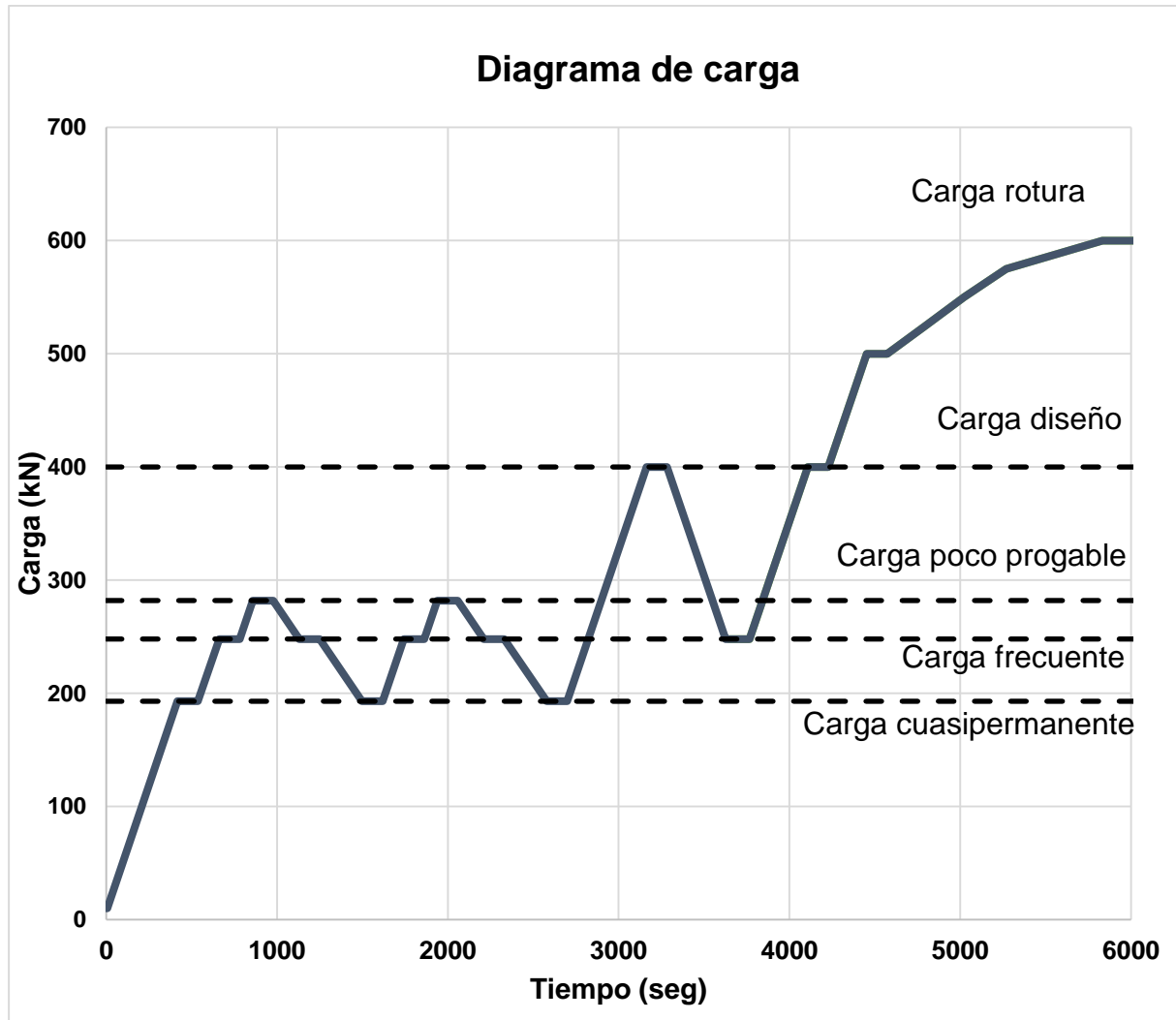


Figura 4-23 Ciclo de cargas para los ensayos de las vigas

Con este diagrama de carga, se pretende generar primeramente un daño en la zona de negativos y posteriormente la zona de positivos; por lo tanto, la rótula plástica se producirá primero en la zona de negativos y luego la de positivos.

No obstante, hay que tener en cuenta que bajo esta configuración de ensayo, pese a alcanzar la plastificación de la zona de negativos, no se desarrollara la máxima longitud plástica, debido a que el ensayo se debe detener por motivos del actuador que genera la carga al no poder desarrollar tanto giro a medida que aumenta la flecha de la viga; por este motivo la configuración de ensayo se para y pasa a un solo punto de carga.

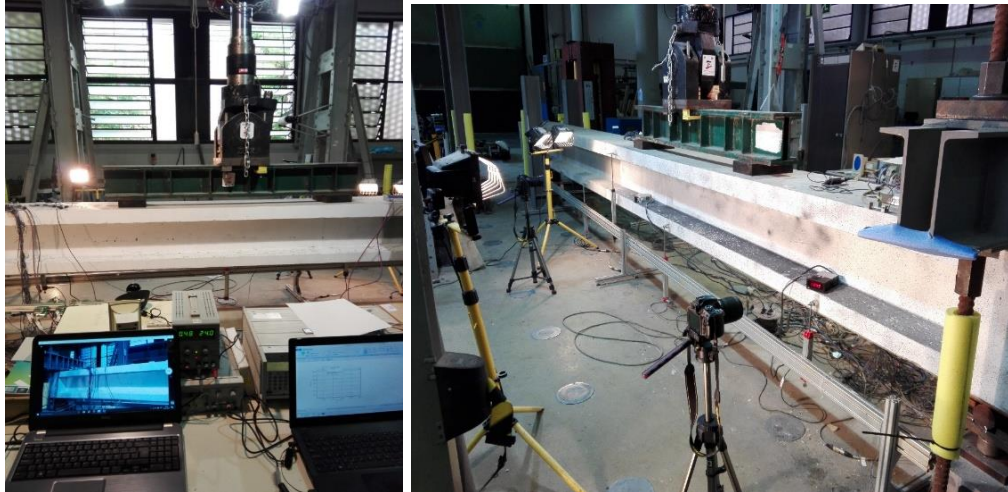


Figura 4-24. Ensayo con dos puntos de carga

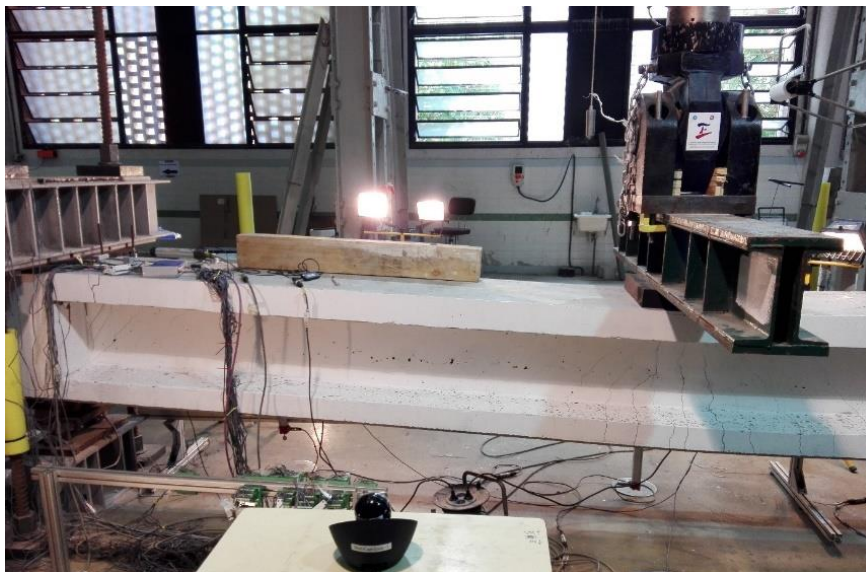


Figura 4-25. Ensayo con un punto de carga

CAPÍTULO 5 - ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este apartado se da a conocer los resultados experimentales que se obtuvieron en el laboratorio. Se mostrará primero datos captados y procesados durante los ensayos y posteriormente se analizan de forma global.

5.1. DATOS OBTENIDOS

A continuación se mostrarán los datos captados en las galgas por cada viga en rótulas de negativos (Ns0, Ns1, Ns2, Ns3, Ns4, Ns5), así como también en rotula de positivos (Ns7, Ns8, Ns9) del apoyo intermedio.

➤ Viga 1

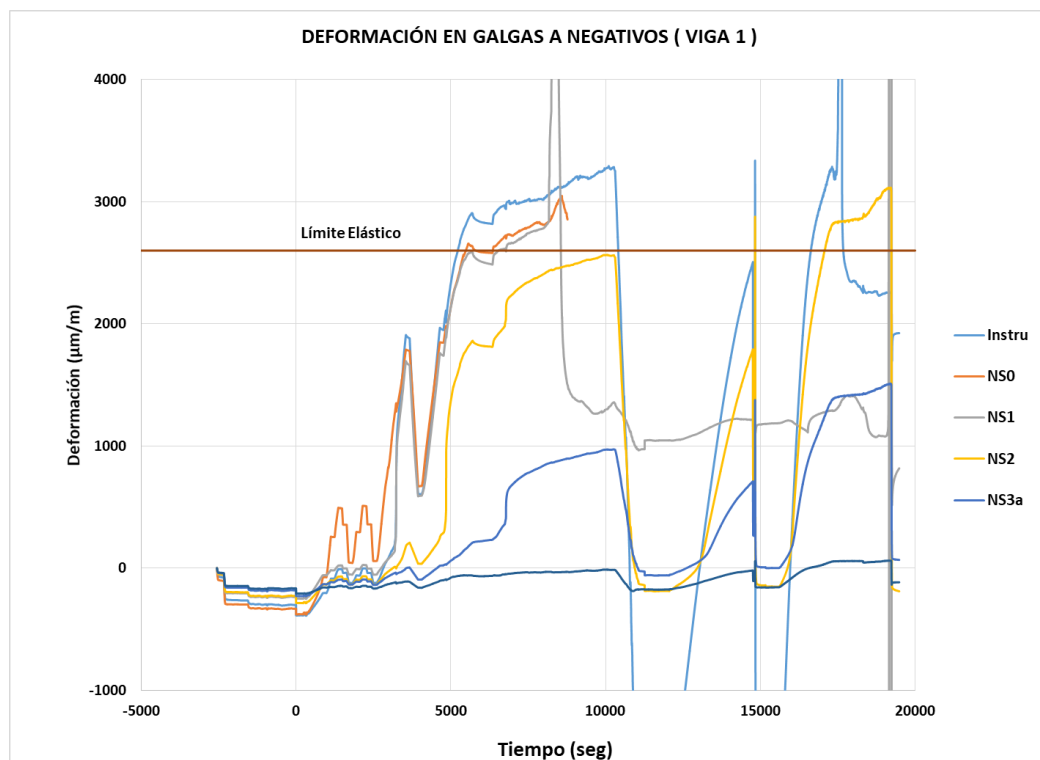


Figura 5-1. Deformación de las galgas en negativos para la viga 1

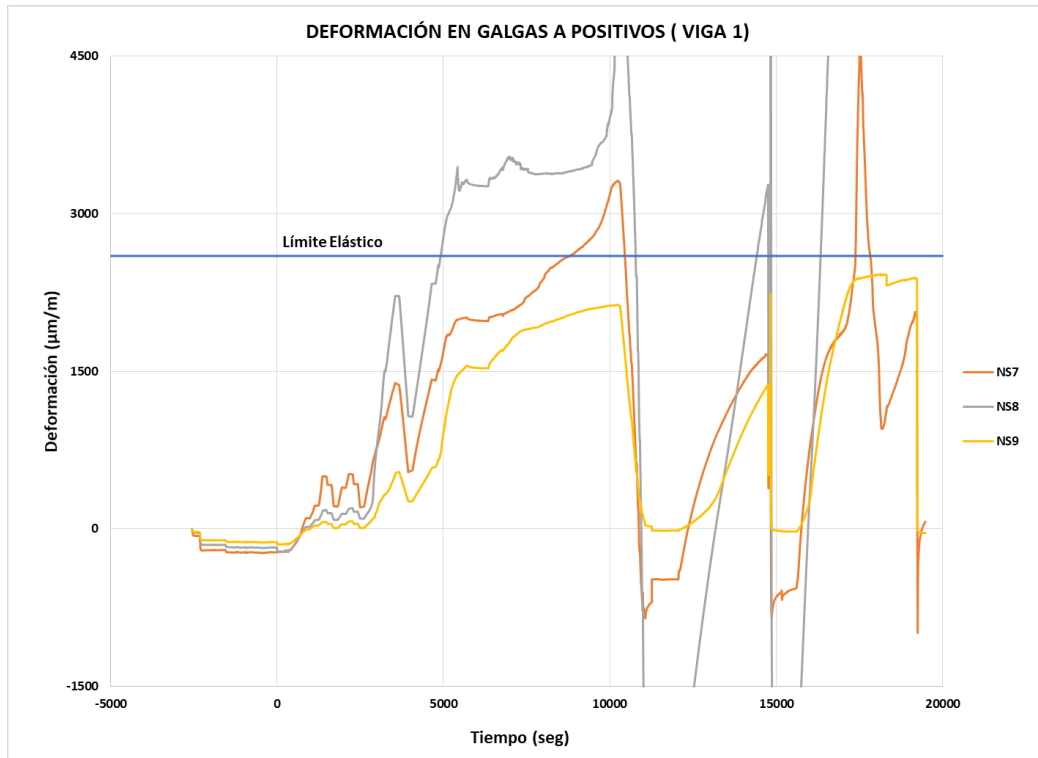


Figura 5-2. Deformación de las galgas en positivos para la viga 1

➤ Viga 2

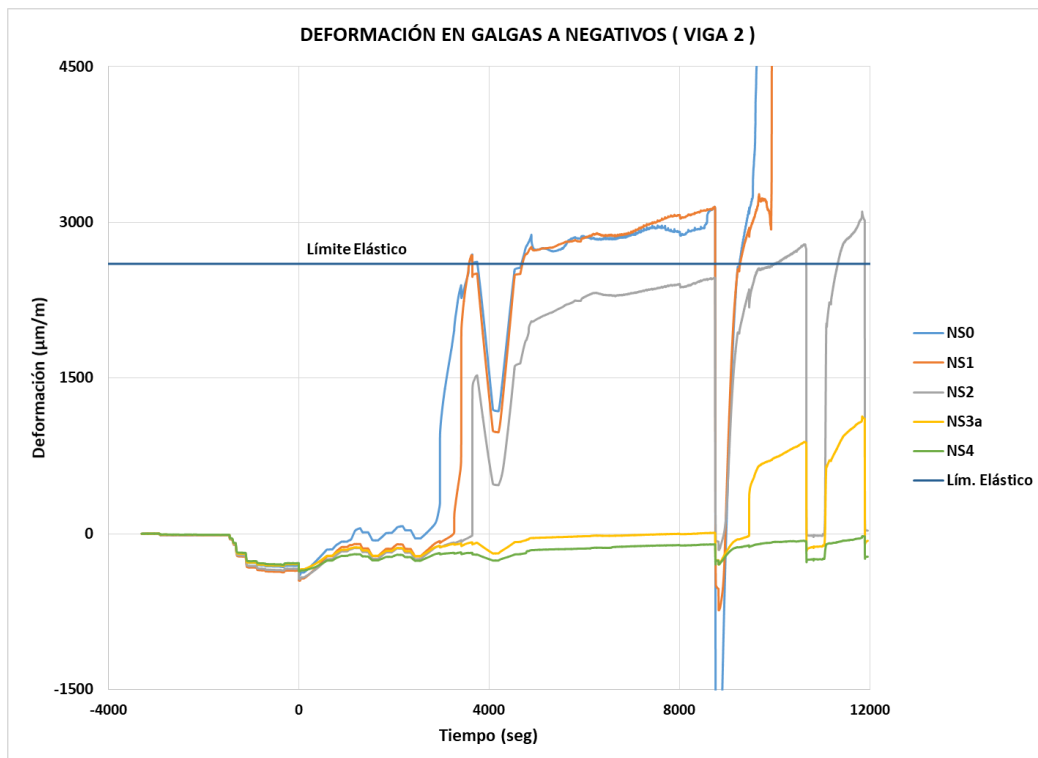


Figura 5-3. Deformación de las galgas en negativos para la viga 2

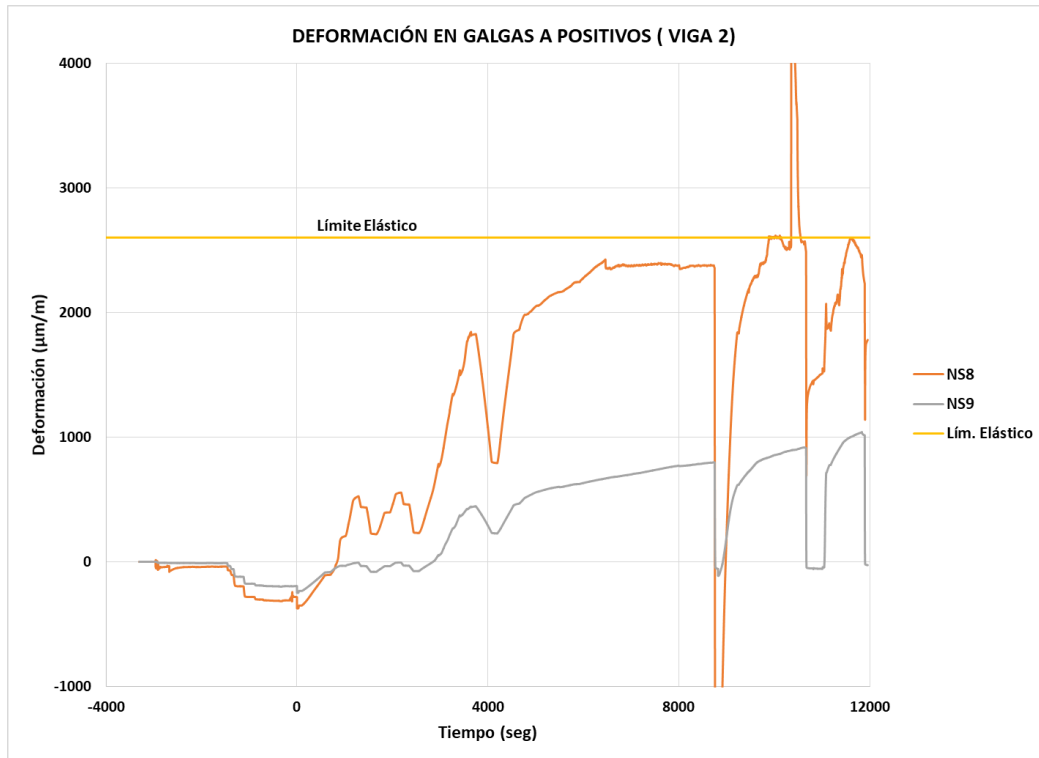


Figura 5-4. Deformación de las galgas en positivos para la viga 2

➤ Viga 3

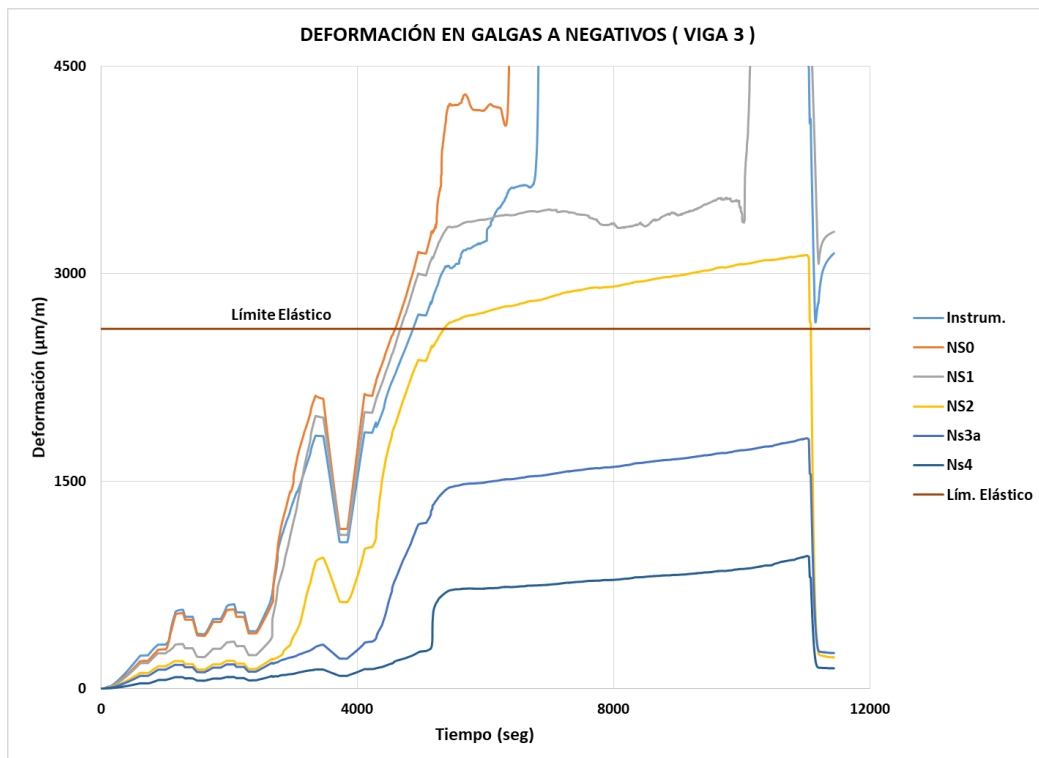


Figura 5-5. Deformación de las galgas en negativos para la viga 3

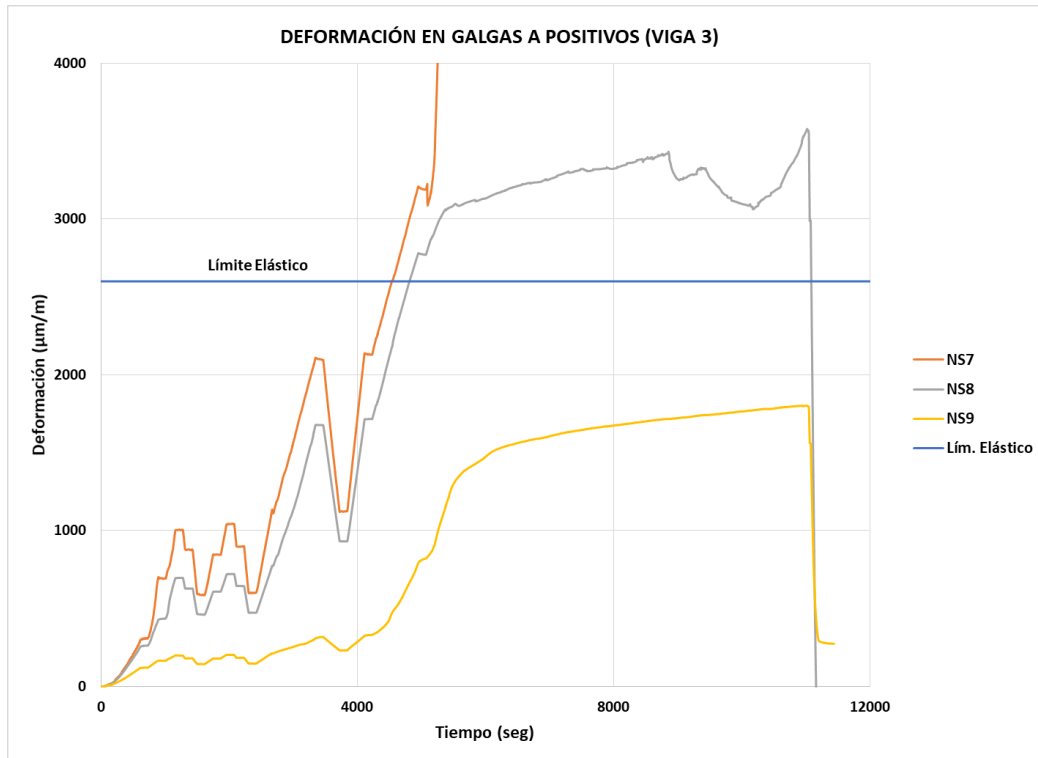


Figura 5-6. Deformación de las galgas en positivos para la viga 3

➤ Viga 4

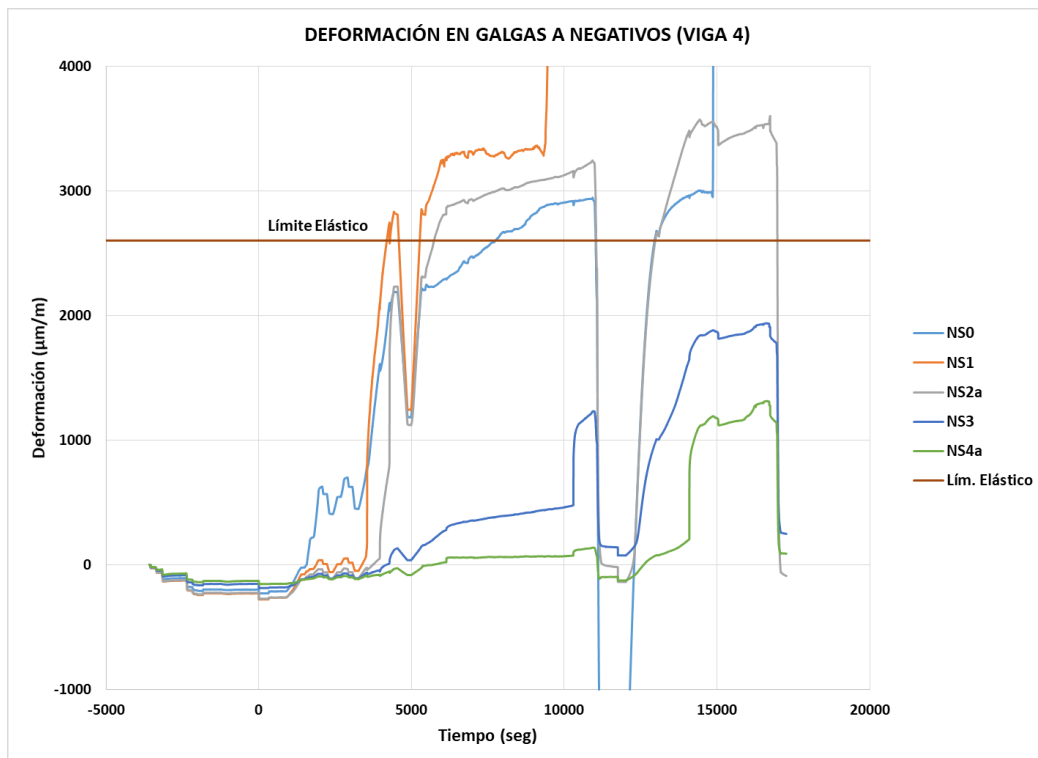


Figura 5-7. Deformación de las galgas en negativos para la viga 4

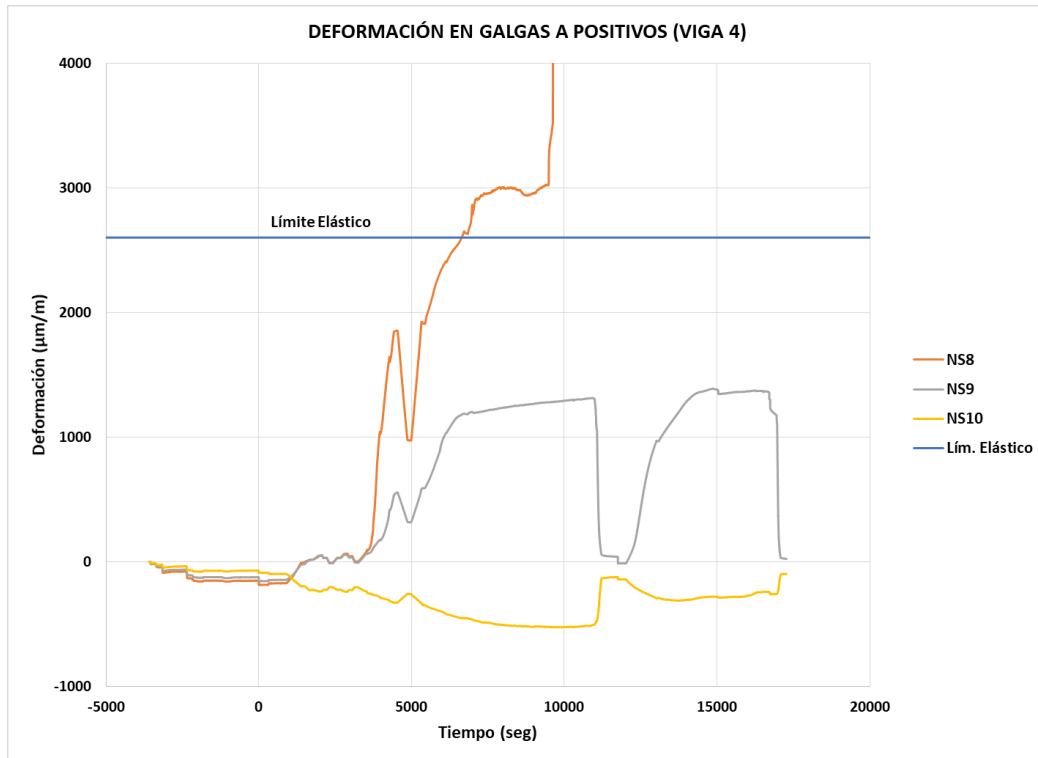


Figura 5-8. Deformación de las galgas en positivos para la viga 4

➤ Viga 5

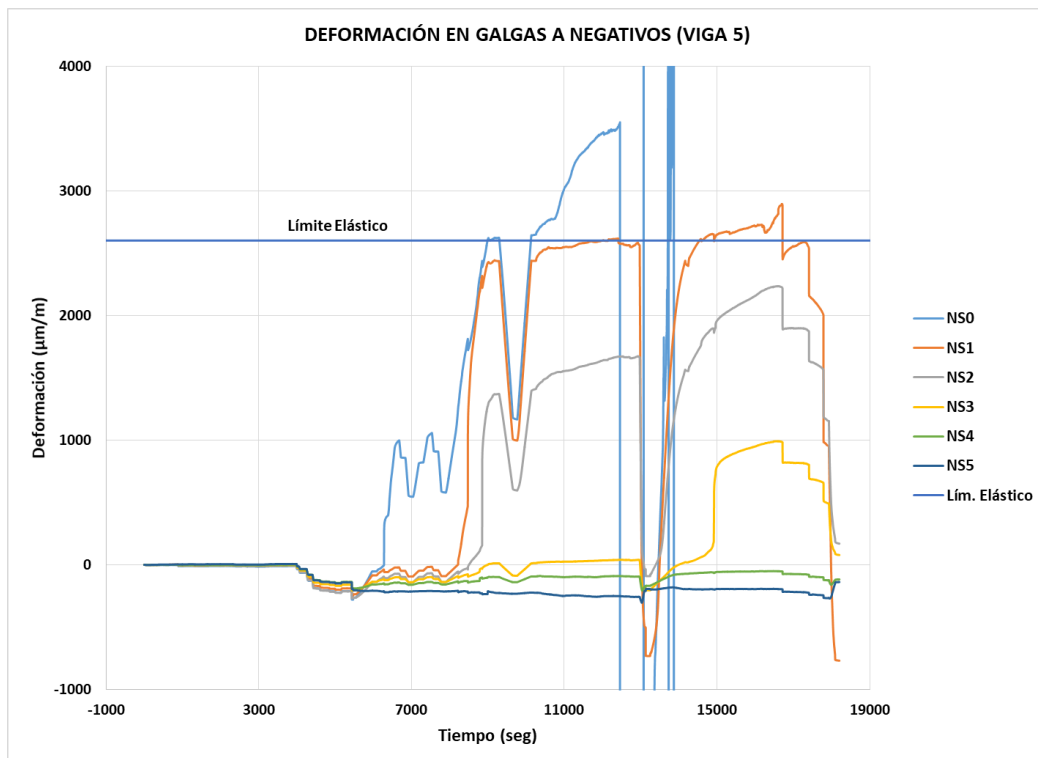


Figura 5-9. Deformación de las galgas en negativos para la viga 5

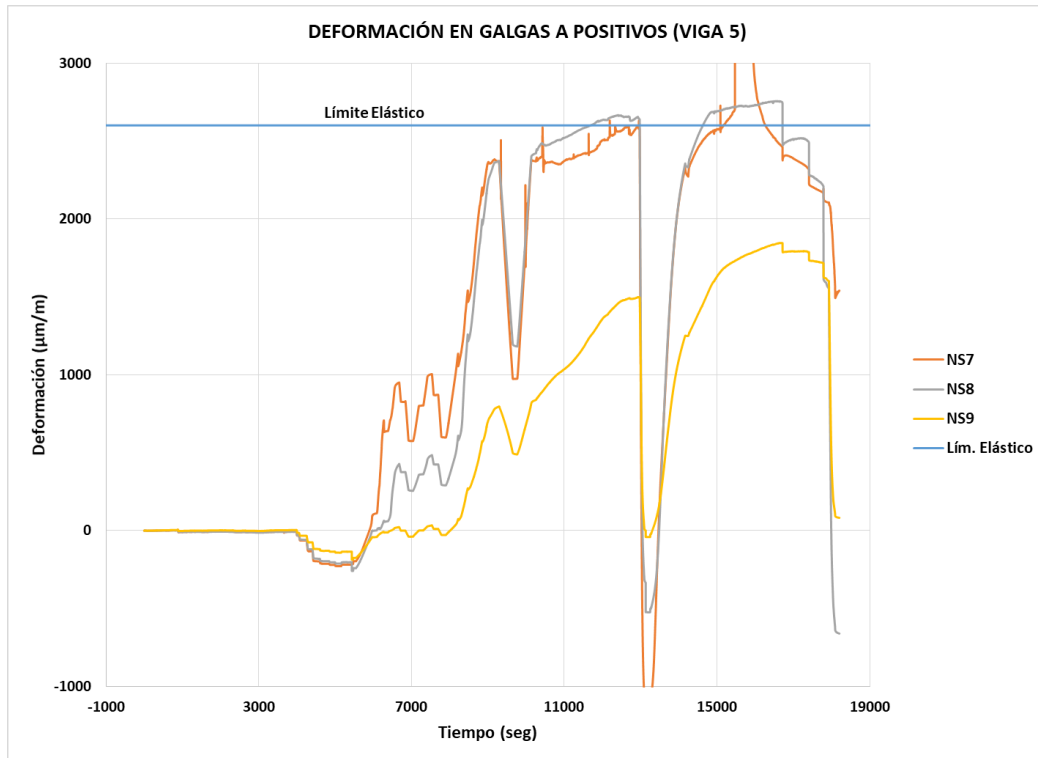


Figura 5-10. Deformación de las galgas en positivos para la viga 5

Podemos apreciar en las gráficas anteriores, que durante el ensayo ejecutado con dos puntos de aplicación las galgas que superan el rango elástico; es decir, las que plastifican, son obviamente las que se encuentran más cercanas al apoyo intermedio, que para el caso de las galgas ubicadas en la rótula de negativos son: Ns0, Ns1, Ns2. Cabe destacar, las Ns3 y Ns4 alcanzan a percibir poca deformación teniendo una separación de 0,70 m y 0,90 m respectivamente del centro del apoyo. Se podría afirmar que estas no llegan ni a la mitad del rango elástico de las barras de acero.

Por otro lado, las galgas localizadas en la rótula de positivos, solo plastifica Ns7 y Ns8, las cuales son las más cercanas al apoyo; la Ns9 con una distancia de separación de 0,8 m del apoyo, la barra no sobrepasa su límite elástico.

En cuanto a la rotación de las vigas ensayadas, los resultados obtenidos por el inclinómetro, se aprecia que para la rotación elástica, todas tuvieron valores semejantes alrededor de 1,0 grados. Sin embargo, un valor diferente en la rotación máxima. En la Tabla 5-1, que se destaca la viga 4 con una rotación máxima de 9,0 teniendo así, la mayor rotación de todos los elementos, por otro lado, la viga 2 con un valor de 4,8 fue la que tuvo menos rotación.

Viga	θ Total (grados)	θ Elástica (grados)	θ Plástica (grados)
1	6,3	0,9	5,4
2	4,8	0,8	4,0
3	6,6	1,0	5,6
4	9,0	1,2	7,8
5	4,5	0,9	3,6

Tabla 5-1. Rotaciones obtenidas en las vigas

La Figura 5-11 hasta Figura 5-15, muestran el diagrama de rotación que presento cada viga durante el ensayo. A pesar que cada viga registró la misma secuencia de rotación, durante el ensayo de la viga 5, se produjo una fisura atravesando el área de contacto del inclinómetro, es por ello que la Figura 5-15 muestra un comportamiento extraño en su secuencia, lo que se pudo mejorar, deteniendo el ensayo momentáneamente y ubicando el inclinómetro a un costado de la fisura.

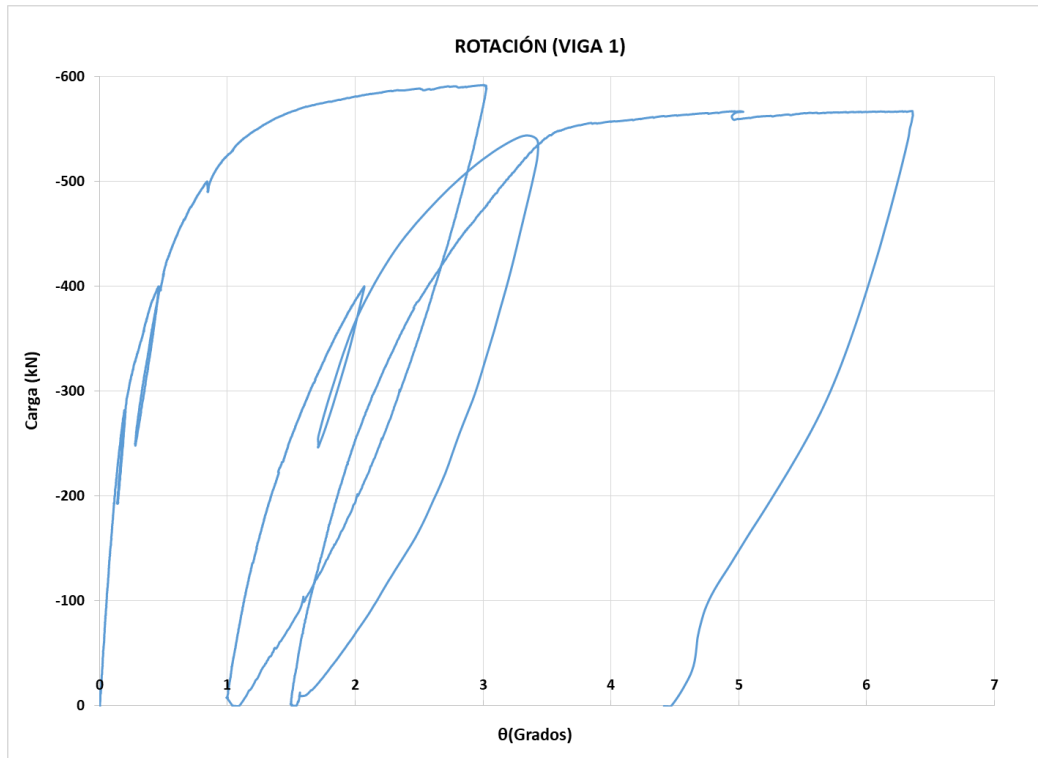


Figura 5-11. Curva de rotación para la viga 1

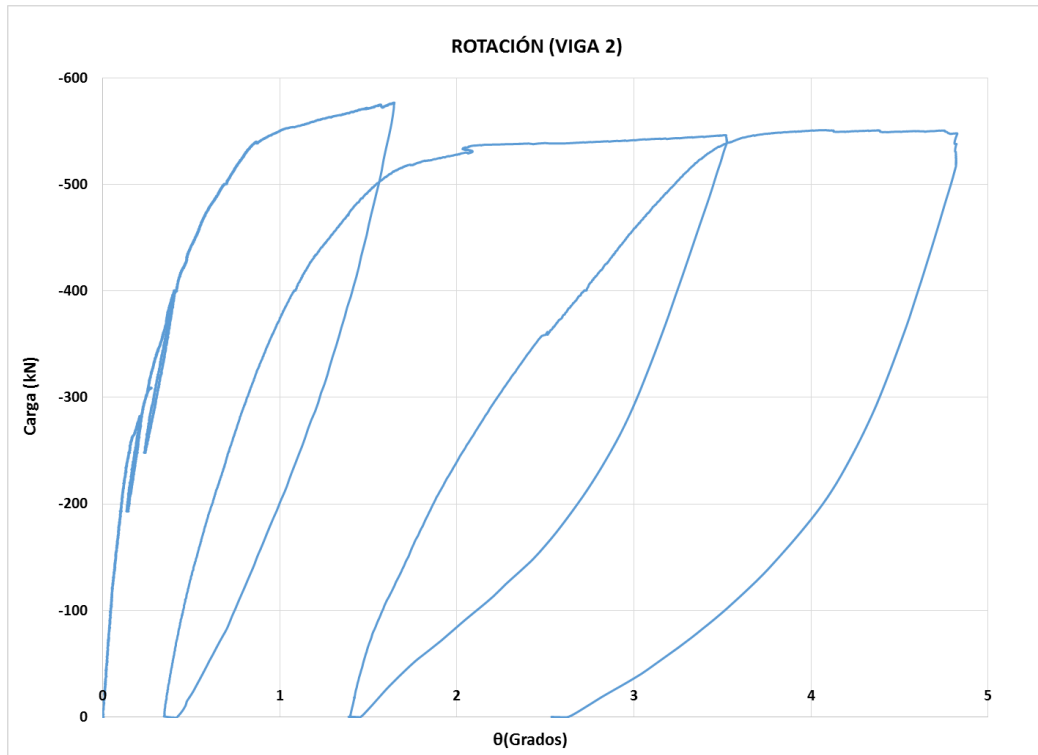


Figura 5-12. Curva de rotación para la viga 2

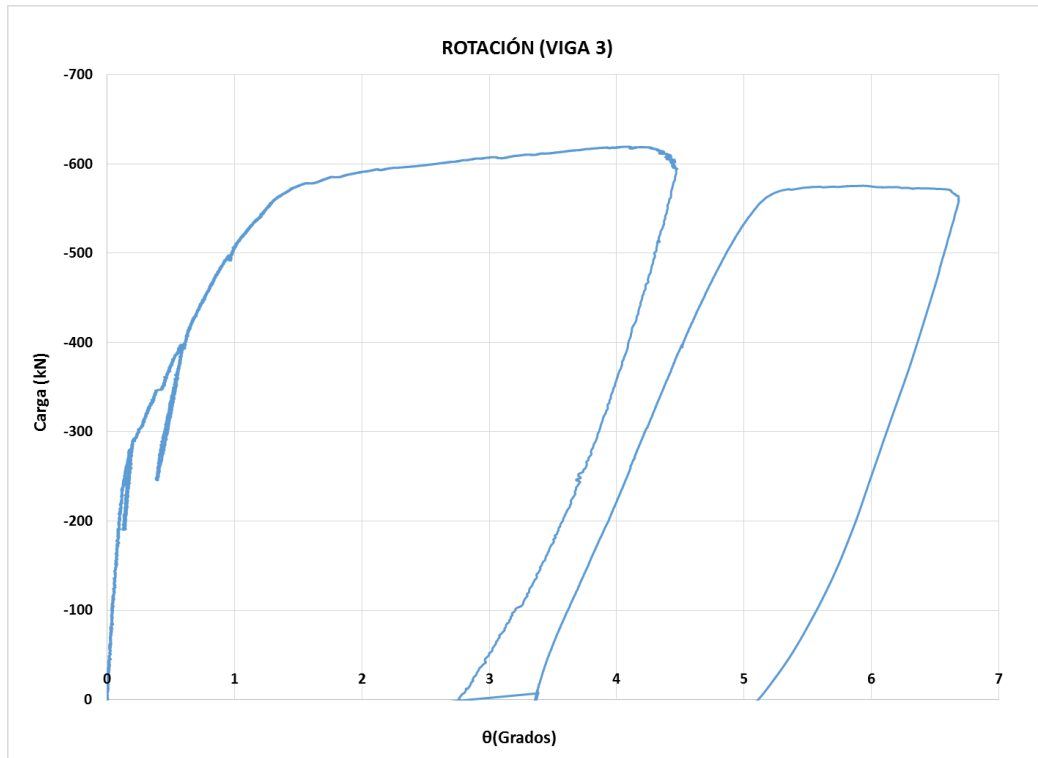


Figura 5-13. Curva de rotación para la viga 3

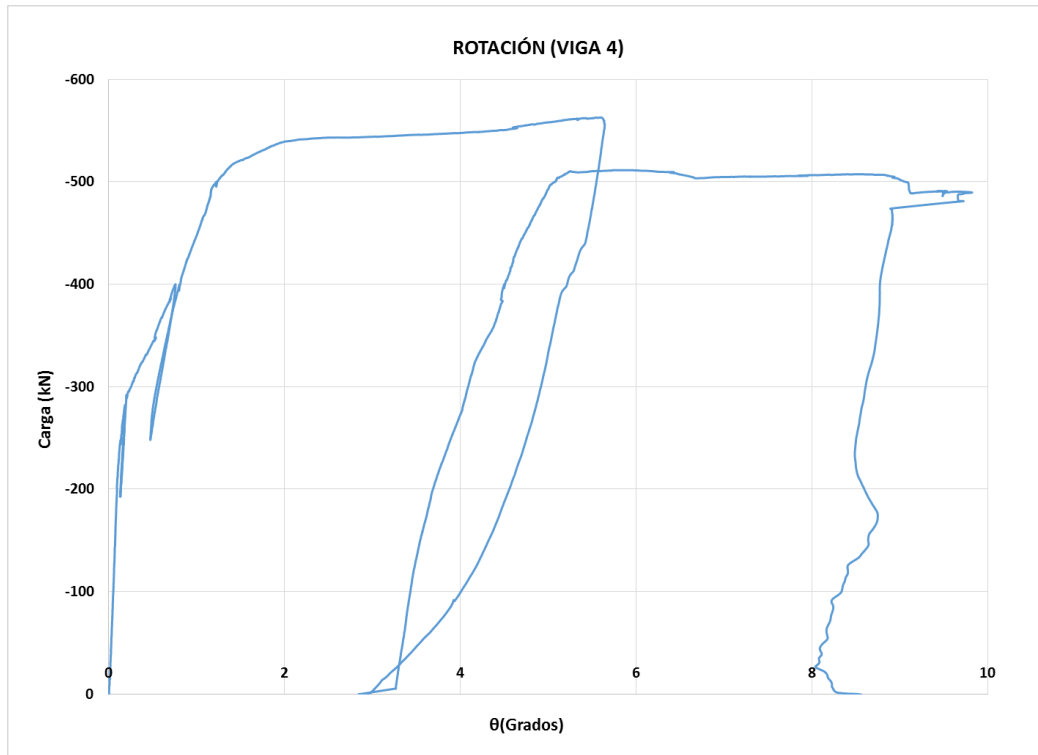


Figura 5-14. Curva de rotación para la viga 4

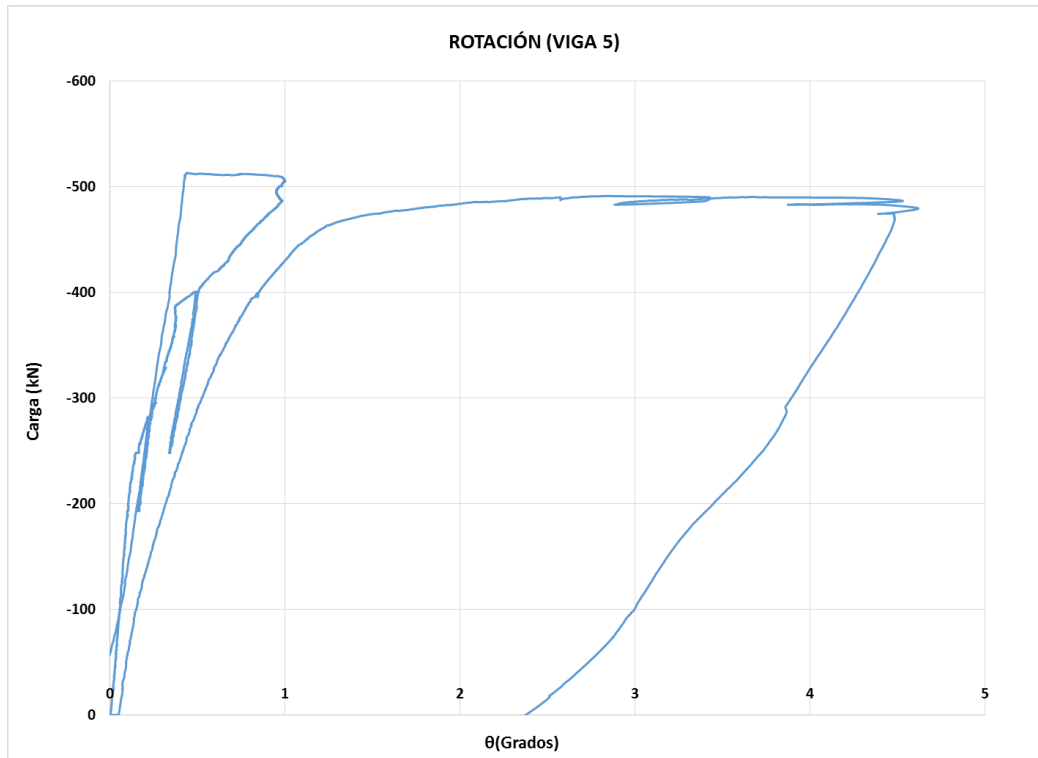


Figura 5-15. Curva de rotación para la viga 5

5.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Teniendo en cuenta la sumatoria de L_{p1} y L_{p2} (ver Figura 5-16), da como resultado la longitud plástica total que desarrollo la viga durante el ensayo.

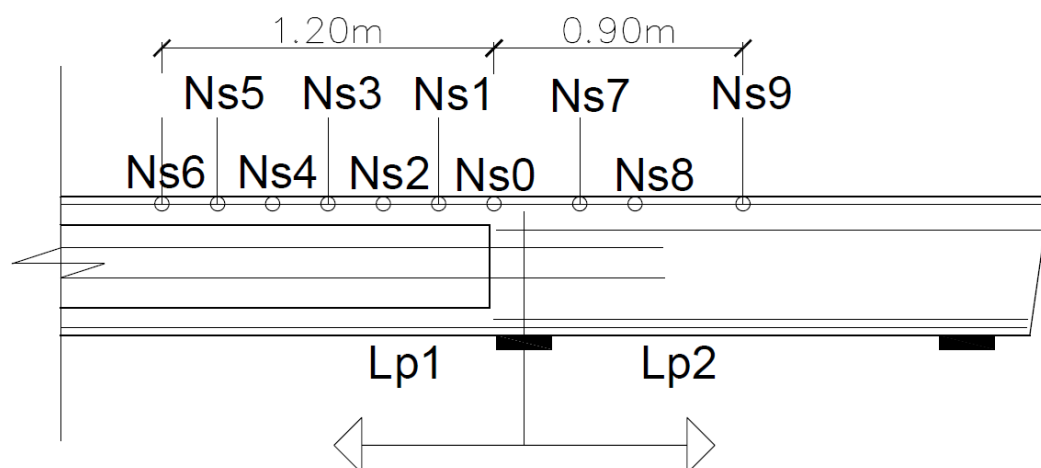


Figura 5-16. Esquema de longitud plástica para las vigas ensayadas

La Figura 5-17 hasta Figura 5-21, muestra la evolución de la longitud plástica en las vigas desde la carga inicial hasta su rotura. De la cual se puede obtener el valor exacto de la longitud plástica obtenido experimentalmente.

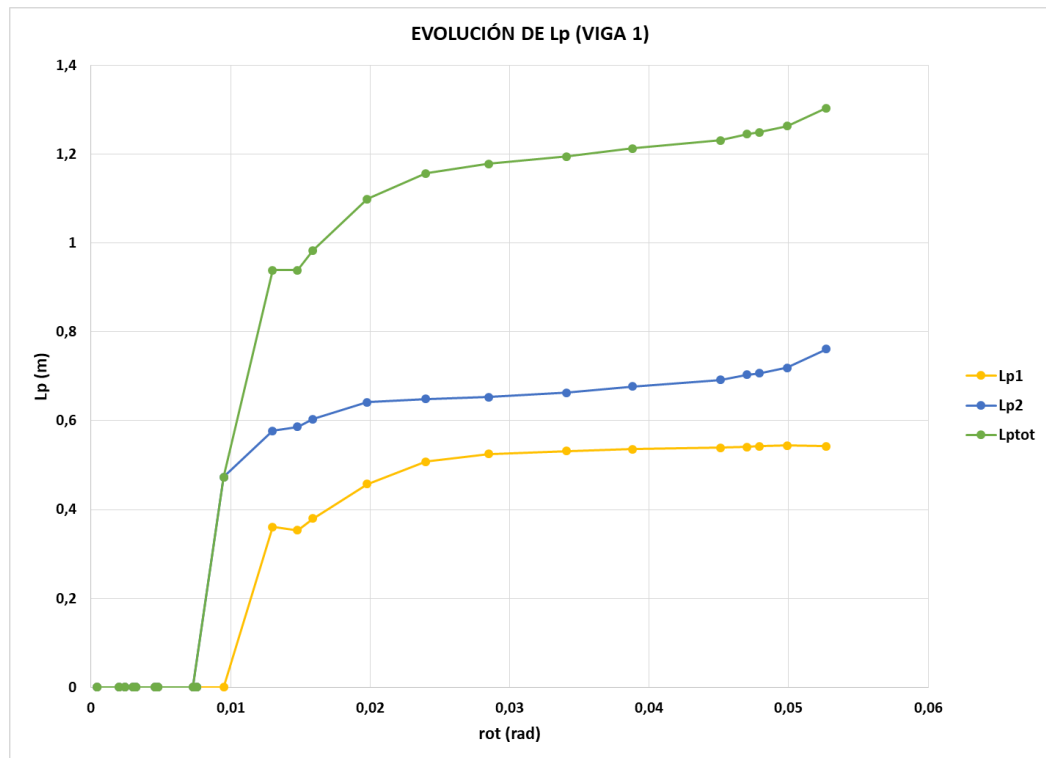


Figura 5-17. Longitud plástica para la viga 1

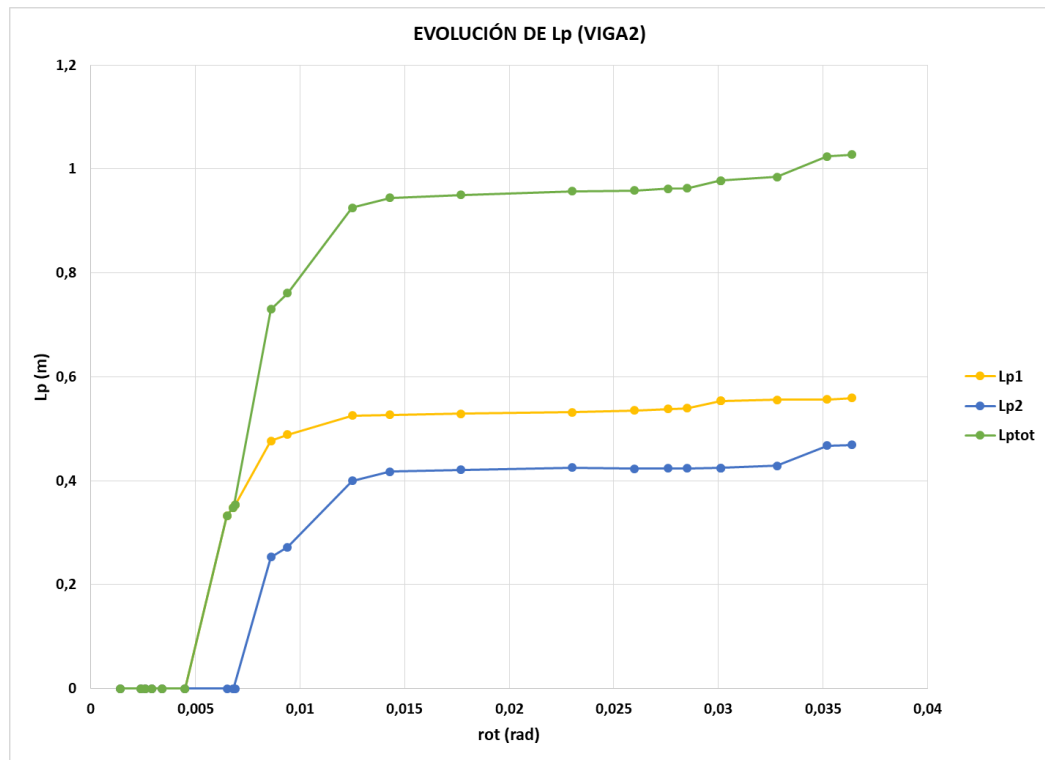


Figura 5-18. Longitud plástica para la viga 2

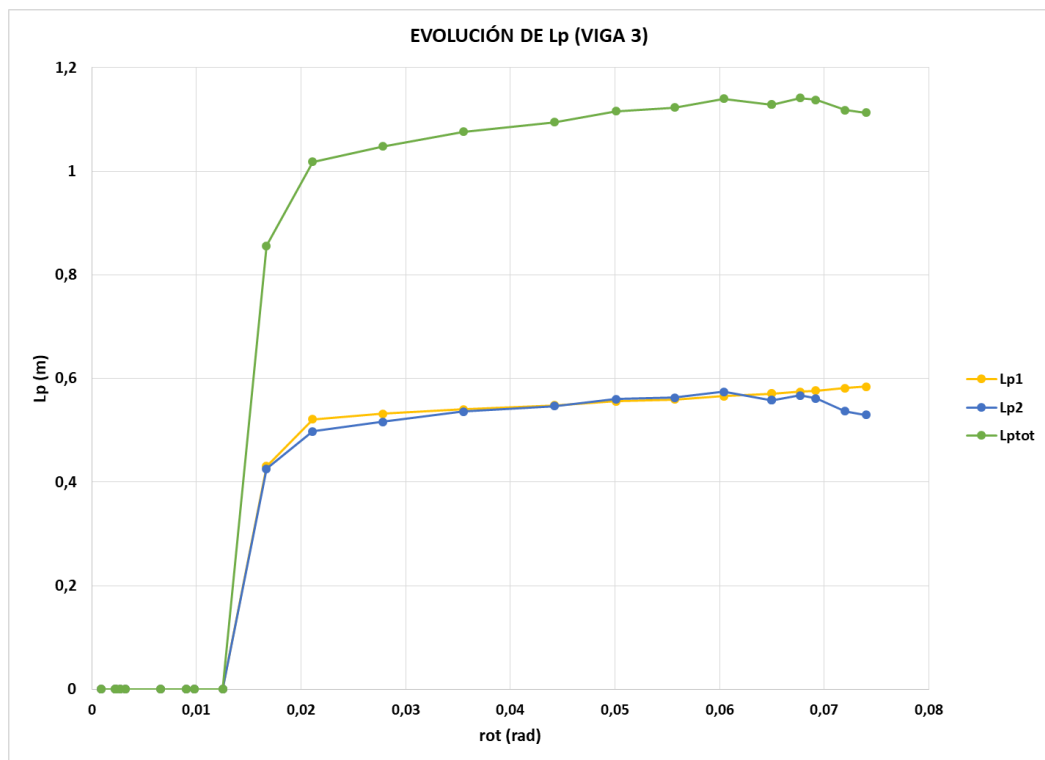


Figura 5-19. Longitud plástica para la viga 3

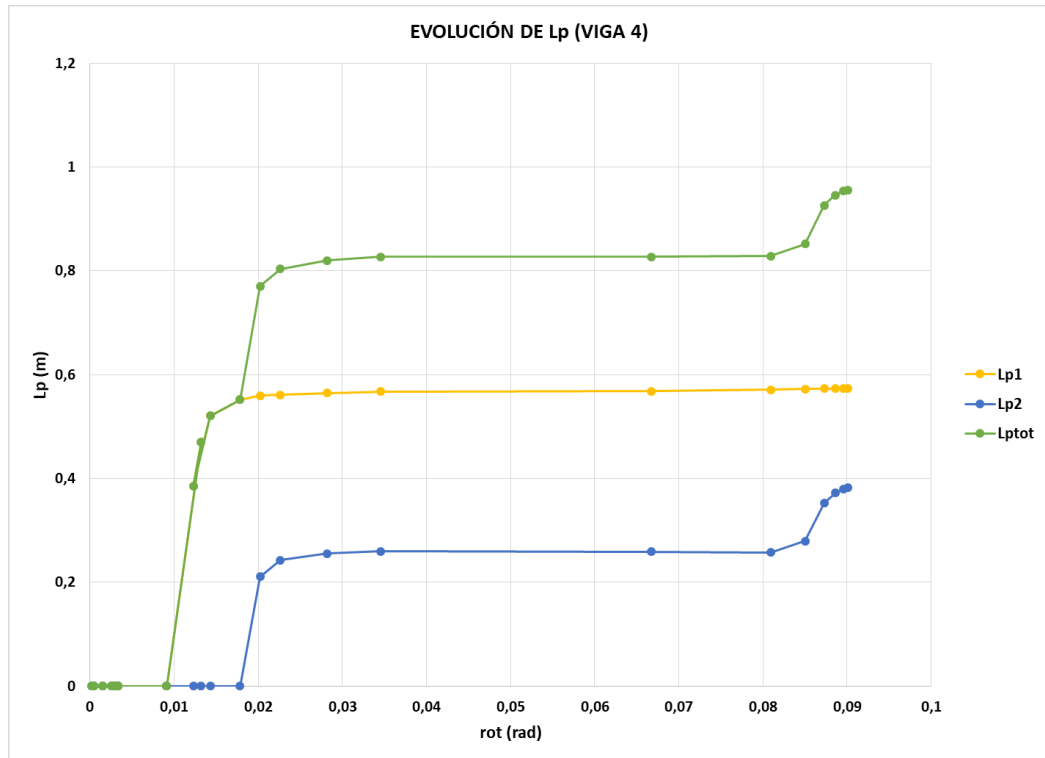


Figura 5-20. Longitud plástica para la viga 4

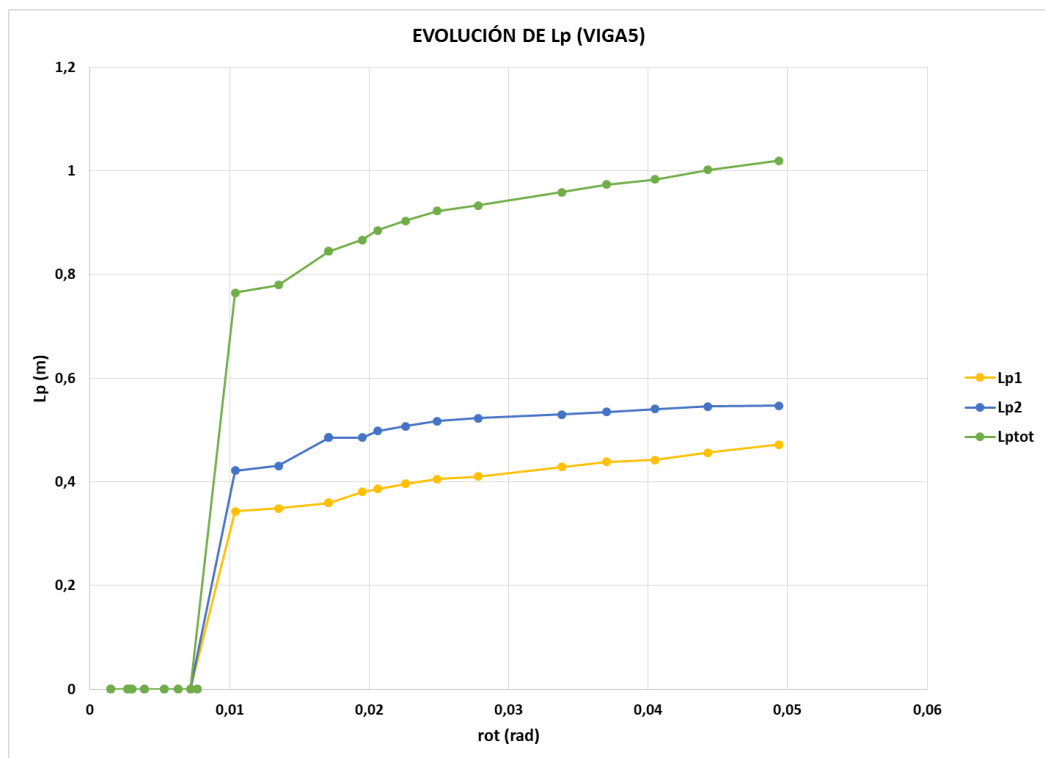


Figura 5-21. Longitud plástica para la viga 5

Realizando una comparación de la cotangente de θ producido durante los ensayos, visto mediante las fisuras que producidas en las vigas, con respecto al calculado utilizando la fórmula (Ec. 3.10) se obtiene la siguiente tabla:

Viga	θ de fisura (Grados)	θ de fisura (Radianes)	Cot θ (experimental)	Cot θ (Fórmula)	σ_{cp} /ft	exp/for
1	48	0,838	0,900	0,887	0,774	1,015
2	40	0,698	1,192	0,883	0,767	1,349
3	37	0,646	1,327	0,840	0,681	1,579
4	37	0,646	1,327	1,085	1,170	1,223
5	43	0,750	1,072	0,881	0,763	1,217
					Promedio	1,277
					Desviación Est.	0,207

Tabla 5-2. Ángulo en las fisuras de las vigas

Tomando la fisura que alcanza la armadura en la parte de arriba, y posteriormente obteniendo la cotangente de dicho ángulo; se aprecia (ver Tabla 5-2) que tiene un valor alrededor de un 20% por encima del generado mediante la ecuación (Ec. 3.10), de lo cual se puede inferir que debido a las tensiones residuales como retracción y fluencia; por lo tanto, le falta menos tensión para llegar a fisurar, entonces la viga fisurará un poco antes.

Por otro lado, se confirma que el valor que resulta en la fórmula es un poco conservador en comparación al valor real. A continuación se muestra las imágenes obtenidas en los ensayos.

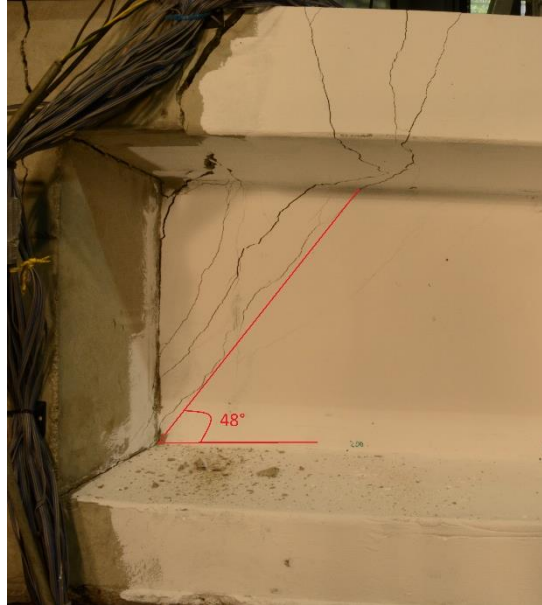


Figura 5-22. Ángulo de fisuración en la viga 1

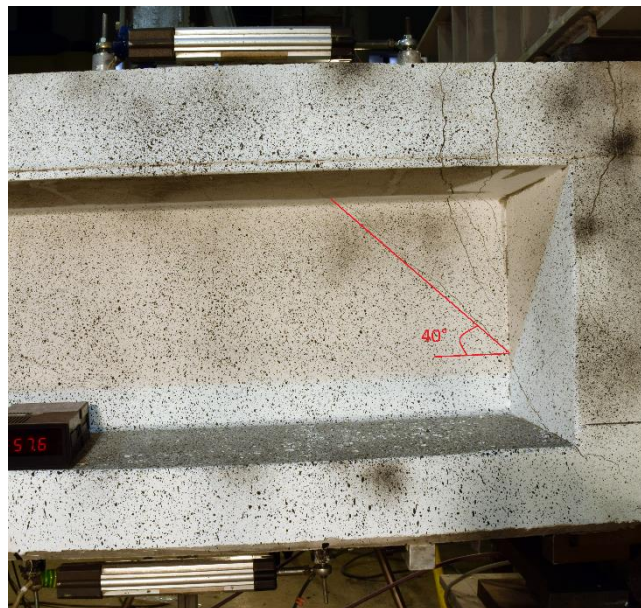


Figura 5-23. Ángulo de fisuración en la viga 2

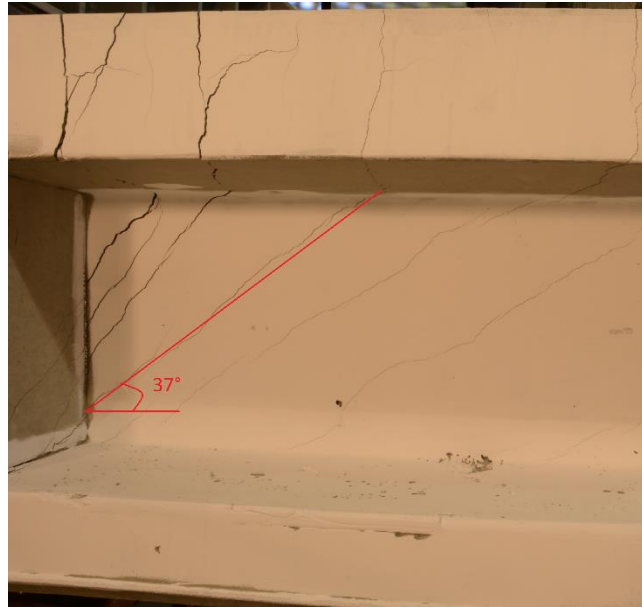


Figura 5-24. Ángulo de fisuración en la viga 3

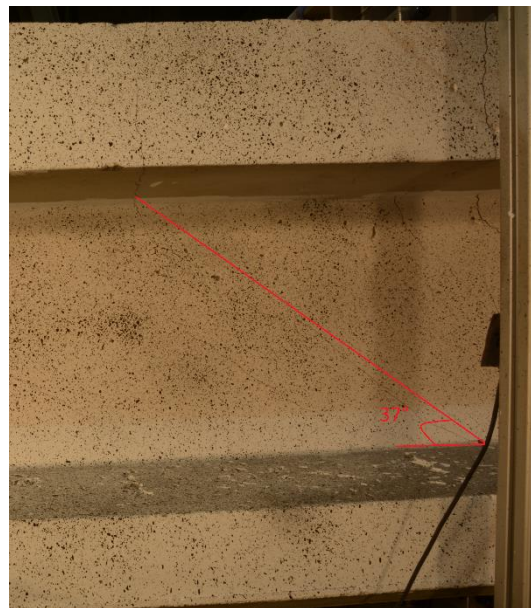


Figura 5-25. Ángulo de fisuración en la viga 4

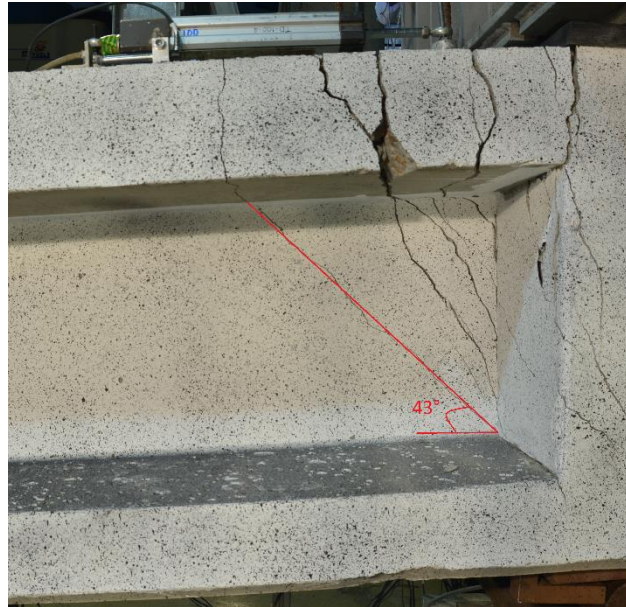


Figura 5-26. Ángulo de fisuración en la viga 5

Entonces, comparando la longitud plástica obtenida experimentalmente con la fórmula de (Bairán Jesus and Bou Bernad Laura 2014), incluyendo a la vez las fórmulas de (European Committee for Standardization 2011; Paulay and Priestley 1992) se obtiene la siguiente tabla:

Viga	L_{p1} (mm) Experimental	Bairán y Bou ^a (mm)	Paulay & Priestley ^b (mm)	Eurocódigo 8 ^c (mm)
1	550	457	128	160
2	560	518		
3	590	455		
4	580	539		
5	470	456		

- a) $\left(1 - \frac{M_y}{M_u} + \left(1 - \frac{1}{2} \frac{V_s L_v}{M_u}\right) \frac{z}{L_v} \cot \theta\right) L_v$
b) $0.08 L_v$
c) $0.10 L_v$

Tabla 5-3. Longitudes plásticas para (L_{P1})

En la que se puede apreciar en primera instancia, que los valores obtenidos experimentalmente obtenidos son mayores que los generados mediante las fórmulas analíticas. Por otra parte, las ecuaciones utilizadas por Paulay & Priestley, y el Eurocódigo, subestiman el valor de la longitud plástica en gran medida, además que no tiene ninguna variante para cada una de las vigas, es decir, el valor de la longitudes plásticas es constante para todas.

No obstante, utilizando la fórmula de Bairán y Bou, se puede obtener un valor mucho más cercano al valor real, además que esta expresión analítica si tiene en cuenta la variabilidad que presenta cada viga destacando la influencia del cortante, el grado de pretensado, la cuantía de armadura transversal.

Los valores obtenidos en la ecuación de Bairán y Bou presentan una concordancia perfecta (ver Figura 5-27); todas las vigas obtuvieron un valor conservador por lo que afirma la validez de la fórmula de la longitud plástica para elementos parcialmente pretensados.

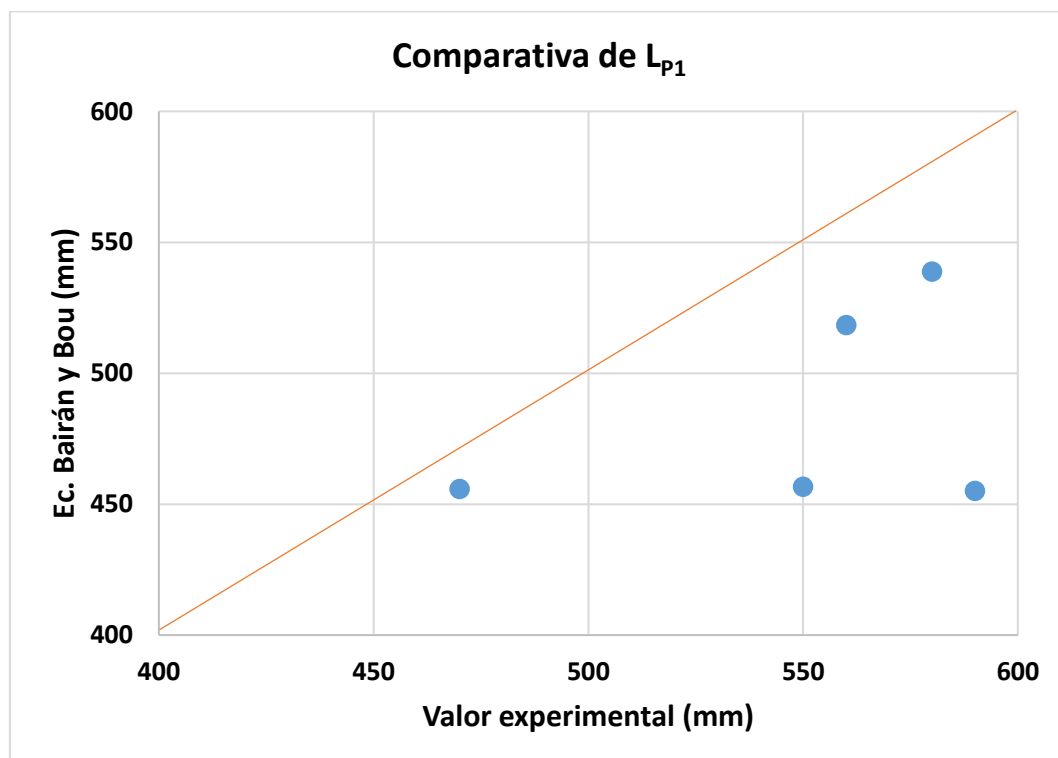


Figura 5-27. Comparativa de La longitud plástica L_{p1}

Después de haber visto los valores de L_{P2} , obtenidos en los ensayos de las vigas, que equivale al segundo término de la longitud plástica; se propuso la siguiente ecuación para obtener un valor característico, calibrando los parámetros que intervienen en L_{P2} .

$$L_{p2} = \frac{0,274 \cdot f_y \cdot \emptyset}{f_t} \quad \text{Ec. 12}$$

Donde, 0,274 es la relación entre f_t y la tensión de adherencia, incluyendo la integración de los deslizamientos por adherencia en la zona de empotramiento, tomándola directamente de los ensayos; cuya constante equivale al cuantil del 10%, que para el caso de Paulay & Priestley es 0,022 y en el caso de Eurocódigo equivale a 0,015, sabiendo que ya incluyen f_t en dichas constantes.

Viga	L_{p2} (mm) Experimental	Ecuación Propuesta ^a (mm)	Paulay & Priestley ^b (mm)	Eurocódigo 8 ^c (mm)
1	760	274	121	82
2	470	272		
3	580	322		
4	390	415		
5	550	270		

a) $0,274 \cdot \left(\frac{f_y \cdot \emptyset}{f_t}\right)$

b) $0,022 \cdot f_y \cdot \emptyset$

c) $0,015 \cdot f_y \cdot \emptyset$

Tabla 5-4. Longitudes plásticas (L_{P2})

En la Tabla 5-4, podemos observar que los valores experimentales son mayores que los de las demás formulas, como era de esperarse, pero para el caso de Paulay & Priestley y el Eurocódigo, son notablemente menor al valor real de la longitud plástica. Sin embargo, en el caso de la ecuación propuesta (Ec. 11), los términos son un poco más aceptable y cercanos a los valores generados experimentalmente.

Por otro lado, en la Figura 5-28 se aprecia que los valores para el segundo término de la longitud plástica, L_{P2} , son conservadores, validando la ecuación y así demostrando su fiabilidad.

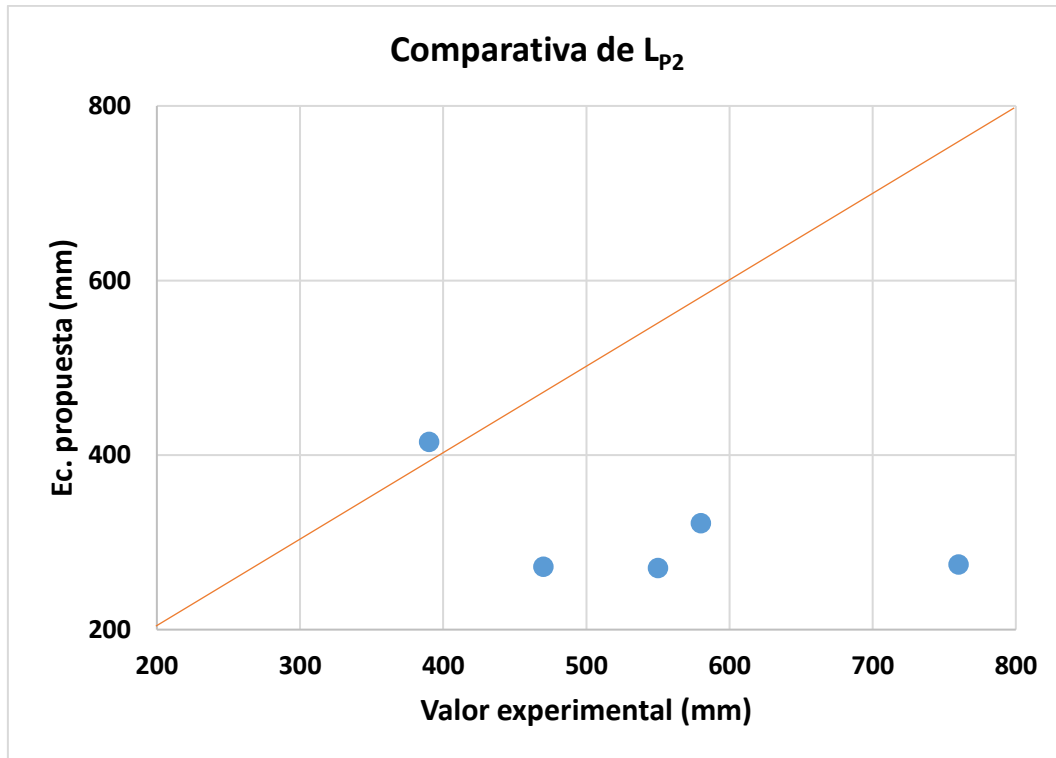


Figura 5-28. Comparativa de La longitud plástica L_{P2}

Globalizando, los resultados de los dos términos de la longitud plástica, las ecuaciones utilizadas para el cálculo de estas, subestiman considerablemente el valor real de la longitud plástica. En la Figura 5-28, se aprecia que los valores de la ecuación de Bairán y Bou para $LP1$, y los valores de la ecuación generada (Ec.11), presentan concordancia y además, comparándolo con los resultados de las ecuaciones de Paulay & Priestley y Eurocódigo, se nota a simple vista que son más eficientes y que para el caso de elementos de hormigón parcialmente pretensados presentan valores más acordes a la realidad. La Figura 5-29, engloba todos los resultados obtenidos para las diferentes ecuaciones estudiadas en los términos de $LP1$ y $LP2$ de la longitud plástica.

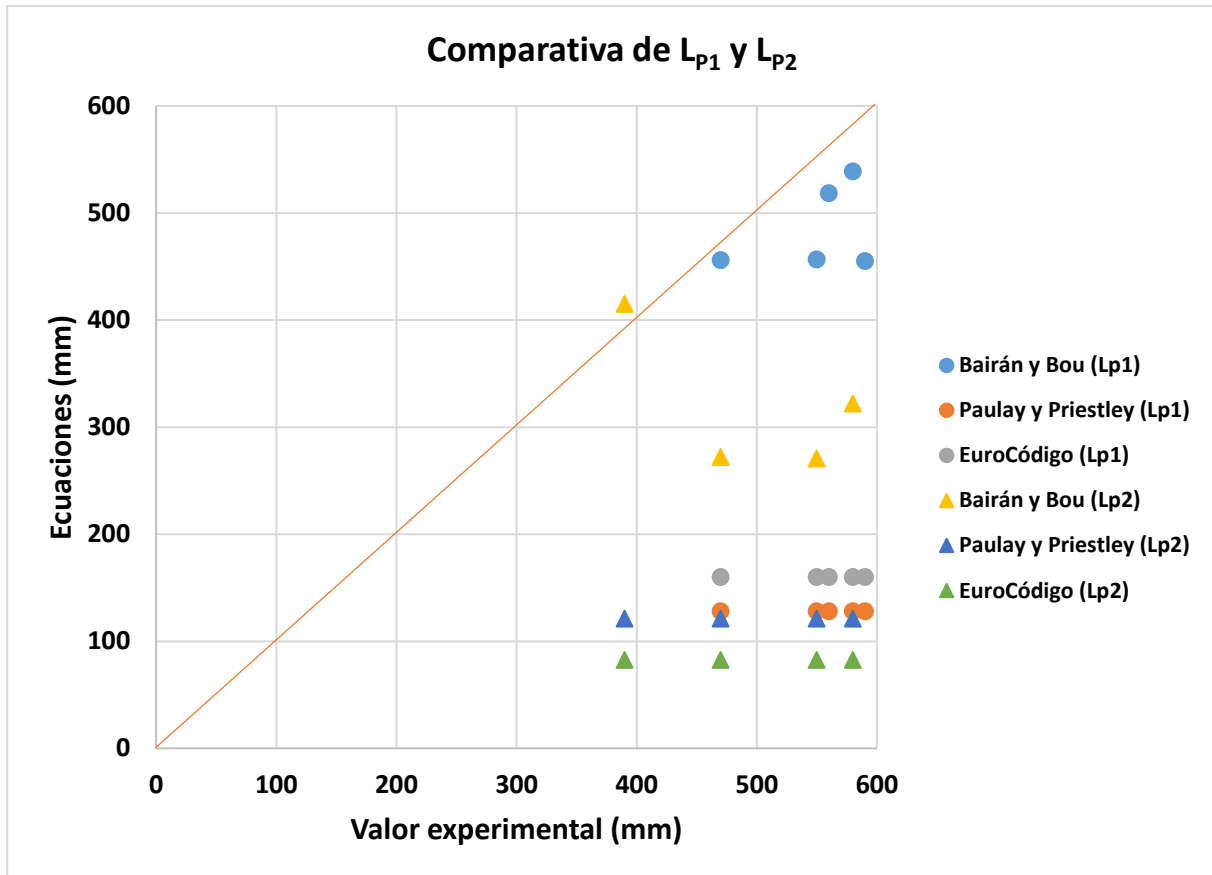


Figura 5-29. Comparación de ecuaciones para la longitud plástica

Realizando la sumatoria de las dos longitudes para obtener la longitud plástica total, en la Tabla 5-5, se afirma que los valores experimentales están por encima de las 3 fórmulas utilizadas para calcular la longitud plástica; destacando que la ecuación propuesta muestra una mejor aproximación a los valores reales; sin embargo, para Paulay & Priestley y Eurocódigo, sus resultados están muy por debajo del valor real; cabe destacar que estas dos últimas formulas brindan un resultado similar entre ellas. En la Figura 5-30, se aprecia que los valores están en el lado de la seguridad, destacando la diferencia que existe entre la ecuación propuesta versus las otras dos.

Viga	L_{TOTAL} (mm) Experimental	Ecuación Propuesta ^a (mm)	Paulay & Priestley ^b (mm)	Eurocódigo 8 ^c (mm)
1	1310	731	249	242
2	1030	790		
3	1170	777		
4	970	954		
5	1020	726		

a) $\left(1 - \frac{M_y}{M_u} + \left(1 - \frac{1}{2} \frac{V_s L_v}{M_u}\right) \frac{z}{L_v} \cot \theta\right) L_v + 0,274 \cdot \left(\frac{f_y \cdot \emptyset}{f_t}\right)$

b) $0,08L_v + 0,022 \cdot f_y \cdot \emptyset$

c) $0,10L_v + 0,015 \cdot f_y \cdot \emptyset$

Tabla 5-5. Longitudes plásticas totales

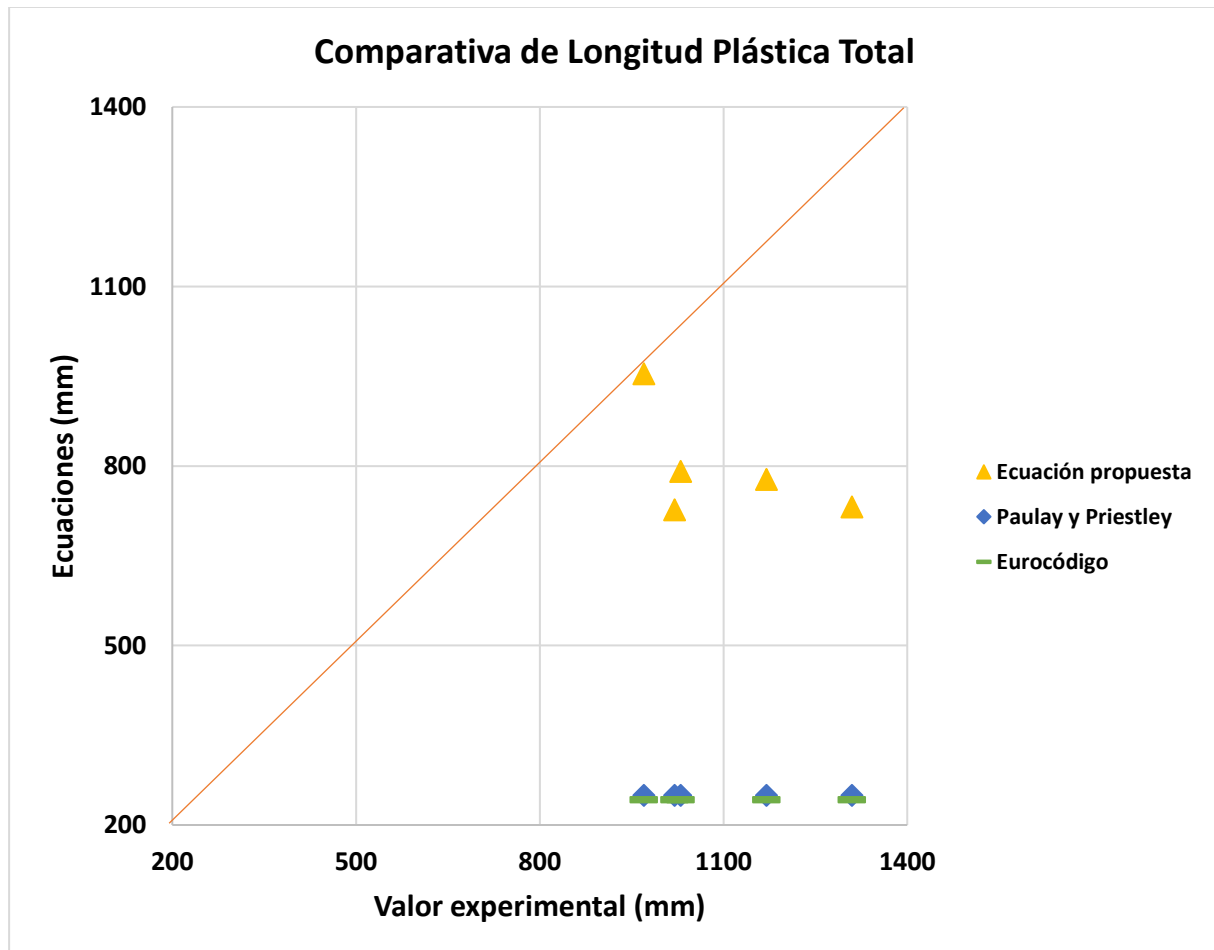


Figura 5-30. Comparación de la longitud plástica total

CAPÍTULO 6 - CONCLUSIONES

En el capítulo del estado de arte se observó, que las formulaciones para el cálculo de la longitud plástica han sido ampliamente estudiadas para el caso de hormigón armado. Existen un gran número de formulaciones para la longitud plástica que han sido propuestas; sin embargo, en general muestran una dispersión con respecto a los ensayos experimentales y se muestran conservadoras. Por otro lado, en el caso de hormigón pretensado, el número de estudios es considerablemente menor. Siendo habitual que se empleen las mismas fórmulas de longitud plástica para hormigón armado en elementos de hormigón pretensado. Además, en elementos de hormigón parcialmente pretensados, existen diversos parámetros que pueden afectar la aplicación directa de las formulas propuestas por Paulay & Priestley y Eurocódigo; variables como el punto de plastificación de la sección con armadura activa, efecto del cortante, entre otros.

En esta tesina se realizó un estudio de las longitudes numéricas obtenidas analíticamente, comparándolas con las logradas experimentalmente. De este estudio se derivan las siguientes conclusiones de carácter general:

- Cotejando los resultados generados en la tesina tanto analíticamente como experimentalmente, se puede inferir que la fórmula de Bairán y Bou presenta valores cercanos a los reales de la longitud plástica con un porcentaje de error relativo del 28%; sin embargo las cantidades arrojadas por las fórmulas presentadas por Paulay & Priestley y Eurocódigo están muy por debajo de los valores reales, con un 77% de error relativo, es decir, subestiman en la longitud plástica real.
- En general se puede inferir que la longitud plástica del hormigón pretensado es notablemente mayor que la del hormigón armado, debido principalmente a la diferencia que existe entre el M_y y M_u de ambos tipos de hormigones y también debido a la inclinación de las fisuras que presenta cada uno.

- La eficacia de la fórmula que presenta Bairán y Bou, se acopla en buena medida la variabilidad que muestra cada viga, ya que cada una presenta un armado, grado de pretensado y cuantías de acero distintas. Se puede decir que es incorrecto predecir una misma longitud plástica para cada una de ellas como lo hacen las formulas existentes (Eurocódigo y Paulay & Priestley); por el hecho que ninguna de ellas se comporta de manera igual al someterlas a carga, no obstante, la ecuación propuesta si tiene en cuenta cada uno de estos detalles, y se podría decir que está más acorde con la realidad.
- Los resultados analíticamente mediante las formulas, fueron los esperados comparándolos con los obtenidos experimentalmente, ya que predicen en gran medida valores menores de longitud plástica a los reales, es por ello que podemos confirmar que se encuentran del lado de la seguridad en cuanto al diseño de estructuras.
- En Bairan y Bou (2014) no se estudió la fracción de la longitud plástica dentro del empotramiento (L_{P2}). Por eso, en esta tesina se analizó esta fracción de L_p con detalle y se propuso un término a sumar a la fórmula original para obtener la L_p total en una zona de empotramiento. Dicha fórmula sigue un formato parecido a la propuesta por Paulay & Priestley (1992), pero se hace dependiente de la resistencia a tracción del hormigón, ya que se considera que la resistencia a adherencia es proporcional a ésta última.
- La ecuación propuesta para el término de la longitud plástica dentro del empotramiento (L_{P2}), al tener el valor numérico de 0,274 como constante y teniendo así un porcentaje de error del 10%, podemos obtener resultados del lado de la inseguridad, como se dio en el caso de esta tesina, que produjo un valor de los cinco del lado la inseguridad; pero aun así la formula presenta una mejora en las cantidades reales de la longitud plástica en comparación a las utilizadas por Eurocódigo y Paulay & Priestley, en la que se repite el caso de L_{P1} , que subestiman los valores reales de las longitudes plásticas.

- Se produjo una metodología experimental para representar la evolución de las longitudes plásticas presentes en las vigas con la rotación total de la zona. En general, se observa que la parte dentro del vano de cortante (L_{P1}) es la que primero se activa y crece de forma más o menos lineal, alcanzando valores de estabilización en torno a giros totales entre 0.01 rad y 0.02 rad. En cuanto a L_{P2} se observa que se activa a giros que oscilan entre algo ligeramente superior a L_{P1} y 0.01 rad después.
- La distribución de deformaciones en la zona de rótula plástica dentro del vano de la viga no sigue una distribución que tienda a ser lineal después que la rótula se haya desarrollado. Concretamente, se observó que el pico de deformación no se encuentra, por lo general, en el borde del empotramiento, sino en un punto intermedio de la longitud plástica. Una explicación a este fenómeno puede ser el efecto de la interacción flexión-cortante en la zona del empotramiento, donde se genera un campo de compresiones de tipo abanico el cual implica una mayor demanda de deformaciones en una sección intermedia, influenciada por el esfuerzo cortante, que en la sección de empotramiento.

En general se observó que la ductilidad de los elementos parcialmente pretensado puede ser considerablemente alta, en función del diseño realizado. Los giros totales observados en el momento de rotura en esta campaña oscilaron entre 0.05 rad y 0.09 rad.

Por otro lado, se evaluó la influencia de las variables que intervienen en el resultado de la longitud plástica como la posición del cable, cuantía de armadura longitudinal y transversal; las conclusiones obtenidas en esta sección son las siguientes:

- Se describe una tendencia de aumentar la longitud plástica, a medida que baja la cuantía de la armadura transversal.

- Con los resultados obtenidos, se puede inferir, que a medida que el trazado del tendón es más centrado, lo que implica también tener un ángulo más horizontal, los resultados experimentales tuvieron una reducción del 15% al bajar la excentricidad de 0,15m a 0,02m, lo cual cambio el ángulo del trazado pero se mantuvieron el resto de las variables iguales. Dicha diferencia no se observó en lo predicho por la formula. Por lo tanto, es necesario estudiar si existe alguna influencia del ángulo del trazado en la longitud plástica.
- Debido a las tensiones residuales que presenta cada viga, los valores reales difieren de los experimentales de la cotangente de θ . los resultados generados por la fórmula del círculo de Mohr, al usar como f_{ct} , la resistencia a tracción estimada del ensayo Brasileño, son menores a los obtenidos experimentalmente; la diferencia oscila en torno al 20%. Ello puede explicarse con la presencia de tensiones de tracción debido a la retracción y fluencia, de modo que la fisuración inclinada se da para una carga menor. Sin embargo, no se ha considerado necesario corregir este efecto ya que al predecir un ángulo de fisuración mayor al experimental, el efecto en la estimación de L_p es conservador.

LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

- Principalmente se debe ampliar la base de datos existente de ensayos de elementos de hormigón parcialmente pretensados, variando espaciado y espesores de barras, recubrimientos, diámetro de tendones, fuerza de pretensado. Además, hay que tener en cuenta que en esta tesina se desdobló el apoyo para simular un empotramiento del cual se pudo calcular la $L_{P,adherencia}$, entonces esto se puede mejorar utilizando un apoyo de empotramiento real.
- Concebir una verificación de la afectación de las tensiones residuales generadas en las vigas, así como también la actuación que presentan las vigas en una línea del tiempo por medio del monitoreo durante la puesta en marcha de las mismas, sería una buena idea para estudiar en obra el comportamiento que presentan las vigas en su realidad.

REFERENCIAS

- Au, F T K, and J S Du. 2004. "Prediction of Ultimate Stress in Unbonded Prestressed Tendons." *Magazine of Concrete Research* 56(1): 1–11.
- Bachmann, H. 1984. "Design of Partially Prestressed Concrete Structures Based on Swiss Experience." *PCI Journal*: 84–105.
- Bae SJ and Bayrak O. 2008. "Plastic Hinge Length of Reinforced Concrete Columns." *ACI Structural Journal* 105(3).
- Bairán, Jesús Miguel, Antonio R. Marí Bernat, and Noemí Duarte Gomez. 2012. "Direct Optimal Design of Partially Prestressed Concrete for Controlled Cracking or Fatigue." *Concrete for a sustainable community, fib Symposium*: 1–3.
- Bairan Jesus and Bou Bernad Laura. 2014. "ESTUDIO SOBRE LA LONGITUD PLÁSTICA EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN. GENERACIÓN DE BASE DE DATOS EXPERIMENTALES Y EVALUACIÓN DE SU VARIABILIDAD."
- Baker, A. L. L. 1956. "Ultimate Load Design of Reinforced Concrete Frames: A Recapitulation and Appraisal. March, 1963." *I.A.B.S.E. publications* V-23.
- Bennett, EW. 1984. "Partial Prestressing-A Historical Overview." *PCI Journal* 29(5): 104–17.
- Berry, M.P., D.E. Lehman, and L.N. Lowes. 2008. "Lumped-Plasticity Models for Performance Simulation of Bridge Columns." *ACI Structural Journal* 105(3): 270–79.
- Edificación, Departamento de Estructuras de. 2009. *BC3*. Madrid-España.
- European Committee for Standardization. 2011. "Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 2: Bridges." *European Standard* 2(2005).
- Fomento, Ministerio de. 2011. "Instrucción de Hormigón Estructural." *EHE-08*.
- Manterola, Javier. 1967. "Mecanismos de Redistribución En Estructuras de Homigón Armado Cargadas Hasta Rotura." *Instituto de Ciencias de la Construcción* 19: 189.
- Marí Bernat, Antonio R. 2006. *Comportamiento Y Análisis No Lineal de Estructuras: Estructuras de Hormigón Armado*. Barcelona-España.
- Marianos, Ward N et al. 2000. "State-of-the-Art Report on Partially Prestressed Concrete." *Concrete*: 1–37.
- Mattock, A.H. 1964. "Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete

- Beams.” *American Concrete Institute*: 143–81.
- Naaman, A. E., & Harajli, M. H. 1985. “Static and Fatigue Tests on Partially Prestressed Concrete Beams under Static and Cyclic Fatigue Loading.” *University of Michigan*.
- Panagiotakos TB and Fardis. 2001. “Deformations of Reinforced Concrete Members at Yielding and Ultimate.” *ACI Structural Journal*: 61–76.
- Park, R., Priestley, M.J. and Gill, W.D. 1982. “Ductility of Square Confined Concrete Columns.” *Structural Division* 108: 929–50.
- Paulay, T., and N. Priestley. 1992. John Wiley & Sons, Inc. *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*.
- Priestley, M.J.N. and Park, R. 1987. “Strength and Ductility of Concrete Bridge Columns under Seismic Loading.” *ACI Structural Journal*: 61–76.
- R. park y T. paulay. 1978. *Estructuras de Concreto Reforzado*. Primera Ed. ed. Editorial LIMUSA. Nueva Zelandia: 1988.
- Sawjer Jr, Herbert A. 1964. “Design of Concrete Frames For Two Failure Stages.” *ASCE-ACI* 12: 405–37.
- Sheikh, S.A. and Khoury, S.S. 1993. “Confined Concrete Columns with Stubs.” *ACI Structural Journal*: 414–31.
- Tao, S., & Du, G. 1985. “Ultimate Stress of Unbonded Tendons in Partially Prestressed Concrete Beams.” *PCI Journal* 30(6): 72–91.
- UNE-EN 10020. 2001. “Definición Y Clasificación de Los Tipos de Acero.” *Aenor*.
- UNE 12390-3. 2009. “Ensayos de Hormigón Endurecido. Parte 3: Determinación de La Resistencia a La Compresión de Probetas.” *Aenor*.
- W. Gene Corley. 1966. “Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams.” *Structural Division* 92(5): 121–46.
- Watson, S., & Park, R. 1994. “Simulated Seismic Load Tests on Reinforced Concrete Columns.” *Structural Engineering, ASCE* 120.